

3100099010877

TUGAS AKHIR (NA 1701)

PERHITUNGAN GAYA-GAYA YANG BEKERJA PADA FOIL DUA DIMENSI DALAM ALIRAN FLUIDA DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

RSP₂
623.812
Tri
P-1

1997



OLEH :

PERPUSTAKAAN ITS	
Tgl. Terima	25-8-98
Terima Dari	H
No. Agenda Perp	8108

TRI SULISTYONO

NRP. 4190100017

JURUSAN TEKNIK PERKAPALAN
FAKULTAS TEKNOLOGI KELAUTAN
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
S U R A B A Y A
1997



JURUSAN TEKNIK PERKAPALAN

FAKULTAS TEKNOLOGI KELAUTAN ITS

SURAT KEPUTUSAN TUGAS AKHIR (NA 1701)

No. : 132 /PT12.FTK2/M/1996

Nama Mahasiswa : Tri Sulistyono.....
Nomor Pokok : 4190100017.....
Tanggal diberikan tugas : 02 Oktober 1996.....
Tanggal selesai tugas : 01 Maret 1997.....
Dosen Pembimbing : 1. Ir. P. Eko Panunggal, Ph.D.....
2. Ir. Mardianto, M.Eng.....

Uraian / judul tugas akhir yang diberikan :

#PERHITUNGAN GAYA GAYA YANG BEKERJA PADA FOIL DUA DIMENSI DALAM ALIRAN FLUIDA--
DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA#



sOn

Surabaya, 02 Oktober 1996
Jurusan Teknik Perkapalan FTK-ITS



Tembusan :

1. Yth. Dekan FTK-ITS.
2. Yth. Dosen Pembimbing.
3. Arsip.

Tri Sulistyono
NIP. 130 532 029

LEMBAR PERSETUJUAN

Tugas akhir yang berjudul :

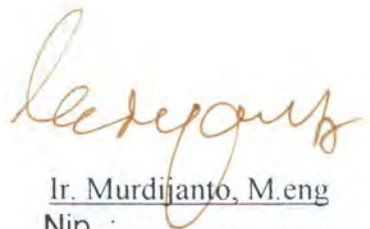
**“PERHITUNGAN GAYA – GAYA
YANG BEKERJA PADA FOIL DUA DIMENSI DALAM ALIRAN FLUIDA
DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA”**

Telah disetujui untuk diujikan oleh :

DOSEN PEMBIMBING :



Ir. P. Eko Panunggal, Ph.D
Nip. : 1302.86963



Ir. Murdijanto, M.eng
Nip. :

LEMBAR PENGESAHAN

Tugas akhir dengan Judul :

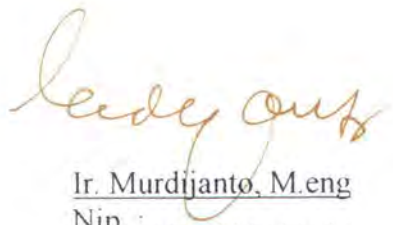
**“PERHITUNGAN GAYA – GAYA YANG
BEKERJA PADA FOIL DUA DIMENSI DALAM ALIRAN FLUIDA
DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA”**

Telah diperbaiki sesuai saran-saran Dosen Penguji dari hasil seminar pada tanggal 15
Okteber 1997 dan disetujui oleh :

DOSEN PEMBIMBING :



Ir. P. Eko Panunggal, Ph.D
Nip. : 130286963.



Ir. Murdijanto, M.eng
Nip. :

ABSTRAK

Kebanyakan kapal - kapal pada masa sekarang ini mempunyai konstruksi yang berbentuk foil, misalnya daun baling - baling, daun kemudi, fin stabilizer dan lain lain. Konstruksi berbentuk foil ini pada umumnya bekerja dalam fluida yang mengalir, sehingga foil tersebut akan mengalami berbagai gaya yang disebabkan oleh aliran fluida tersebut. Gaya - gaya ini penting untuk diketahui mengingat dalam perancangan suatu konstruksi kita harus mendapatkan hasil yang optimal. Salah satu cara untuk mengetahui besarnya gaya - gaya ini adalah dengan menggunakan metode elemen hingga.

Untuk menyelesaikan masalah non struktural ini digunakan persamaan variasi. Fluida di sekitar foil dibagi menjadi elemen - elemen dan segi empat dan diberi kondisi batas untuk menentukan distribusi kecepatan fluida di sekitar foil.

Dengan menggunakan persamaan bernoulli dan distribusi kecepatan di sekitar foil tersebut gaya - gaya yang dialami oleh foil dapatlah ditentukan.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Alloh SWT yang telah memberikan taufik, hidayah dan pertolongan-Nya sehingga kami dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “PERHITUNGAN GAYA – GAYA YANG BEKERJA PADA FOIL DUA DIMENSI DALAM ALIRAN FLUIDA DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA”.

Tugas akhir ini merupakan syarat untuk menyelesaikan study program S – 1 di Jurusan Teknik Perkapalan, Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Tersusunnya tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan ini, kami menyampaikan terima kasih yang setulus – tulusnya kepada :

1. Bapak Eko Panunggal Phd. dan bapak Murdijanto M.Eng., selaku Dosen Pembimbing kami dari awal hingga tugas akhir ini selesai.
2. Bapak Ir. Koestowo selaku Ketua Jurusan Teknik Perkapalan, FTK – ITS.
3. Bapak Ir. Andjar Soeharto selaku sekretaris Jurusan Teknik Perkapalan, FTK – ITS.
4. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Teknik Perkapalan, FTK – ITS yang telah membimbing kami selama menuntut ilmu di ITS.
5. Semua pihak yang turut membantu dalam proses penyusunan tugas akhir ini.

Sebagai manusia biasa, kami tidak bisa terlepas dari kesalahan dan kekurangan. Untuk itu saran dan kritik yang membangun kami harapkan untuk kesempurnaan tugas akhir ini.

Akhir kata kami harapkan semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya bagi ITS.

Surabaya, 10 Oktober 1997

Penyusun

DAFTAR ISI

	halaman
KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	iii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan dan Manfaat	1
1.3 Pendekatan Permasalahan	2
1.4 Metode Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Dasar-Dasar Metode Elemen Hingga	5
2.2 Gaya – Gaya Pada Foil Dalam Aliran Fluida	21
BAB III PROGRAM KOMPUTER	26
3.1 Keabsahan Program	28
3.2 Input Data	30
3.3 Data Output	32
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	33
4.1 Hasil perhitungan	33
4.1 Pembahasan	37
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	40
DAFTAR PUSTAKA	41
LAMPIRAN A PROGRAM KOMPUTER	42

LAMPIRAN B KOORDINAT DAN KODE SIMPUL	52
LAMPIRAN C FAKTOR SIMPSON DAN SUDUT θ	64
LAMPIRAN D KONDISI BATAS	65
LAMPIRAN E OUTPUT PROGRAM KOMPUTER	66



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Sebagian besar masalah yang ada di alam ini merupakan masalah yang berhubungan dengan benda padat dan fluida. Fluida dapat dibagi menjadi gas dan cairan. Sebagai contoh adalah kapal yang berlayar di laut tidak bisa tidak harus berhubungan dengan fluida yang dalam hal ini air dan udara. Kapal merupakan benda padat yang bergerak pada batas air dan udara.

Kapal terdiri dari berbagai macam konstruksi. Sebagian konstruksi ini berada di luar badan kapal dan berhubungan langsung dengan air, seperti kemudi, fin stabilizer, baling-baling dan lain – lain. Konstruksi ini ada yang mempunyai penampang berbentuk foil.

Karena kapal bergerak di air, menyebabkan foil tersebut seakan – akan berada dalam air yang mengalir. Dengan demikian pada foil tersebut akan bekerja gaya – gaya yang disebabkan oleh keberadaannya dalam aliran air. Gaya – gaya ini penting untuk diketahui karena foil harus bekerja dengan baik.

Gaya – gaya ini dapat ditentukan jika distribusi kecepatan air di sekitar foil tersebut diketahui. Distribusi kecepatan di sekitar foil dicari dengan menggunakan metode elemen hingga. Gaya – gaya yang bekerja pada foil ditentukan dari distribusi kecepatan aliran di sekitar foil.

1.2. TUJUAN DAN MANFAAT

Untuk menentukan gaya – gaya yang bekerja pada foil dengan tepat diperlukan serangkaian percobaan pada tangki percobaan. Untuk keperluan tersebut dibutuhkan

antara lain model foil dan tangki percobaan serta peralatan yang semua itu membutuhkan waktu dan biaya yang tidak sedikit. Berangkat dari permasalahan tersebut, tugas akhir ini bertujuan untuk menentukan gaya – gaya yang bekerja pada foil yang bekerja pada foil.

Penentuan gaya – gaya yang bekerja pada foil dalam aliran fluida ini akan bermanfaat karena dengan diketahuinya gaya – gaya yang bekerja maka kita dapat merancang konstruksi dengan kekuatan yang cukup dan dapat bekerja dengan baik sesuai dengan fungsinya.

1.3. PENDEKATAN PERMASALAHAN

Jika kita bicara tentang aliran fluida, maka akan kita temukan bermacam – macam aliran fluida. Aliran fluida nyata sangat rumit untuk dibahas sehingga kita menggunakan pendekatan – pendekatan untuk menyederhanakan permasalahan.

Dalam tugas akhir ini digunakan pendekatan permasalahan sebagai berikut :

1. Fluida adalah ideal, yaitu fluida takviskos¹ serta takmampumampat². Fluida takviskos, yaitu fluida dengan viskositas³ sebesar nol sehingga tegangan geser selalu nol bagaimanapun gerakan fluidanya. Fluida takmampumampat yaitu fluida yang densitas⁴nya konstan. Aliran fluida ideal⁵ harus memenuhi syarat – syarat sebagai berikut :

1. Persamaan kontinuitas, $\text{div } \mathbf{q} = 0$, atau $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

2. Hukum Newton yang kedua tentang gerakan di tiap titik pada tiap saat.

3. Tiada penetrasi (penembusan) fluida ke dalam, atau sela (kekosongan) di antara, fluida dan batas pada setiap batas padat.

¹ nonviscous

² incompressible

³ viscosity

⁴ density, kerapatan massa

⁵ Ideal fluid

2. Aliran fluida jauh sebelum mengenai foil adalah seragam⁶. Aliran seragam terjadi bila, di tiap titik, vektor kecepatan adalah sama dalam besar serta arahnya untuk setiap saat.
3. Aliran dua dimensi. Dalam aliran dua dimensi semua partikel mengalir dalam bidang datar.
4. Aliran fluida adalah aliran stedi⁷. Aliran stedi terjadi bila kondisi di titik manapun di dalam fluida tidak berubah dengan waktu.
5. Aliran fluida adalah aliran takrotasional.
6. Elemen yang dipakai adalah elemen segi empat.
7. Dianggap tidak menerima gaya gravitasi.
8. Tidak menerima beban termal.

1.4. METODE PENELITIAN

Untuk mendapatkan gaya – gaya yang bekerja pada foil dua dimensi dalam aliran fluida digunakan cara pendekatan dengan menggunakan metode elemen hingga. Perumusan dan penerapan metode elemen hingga dianggap terdiri dari delapan langkah dasar, yaitu :

1. Diskritisasi, yaitu membagi aliran fluida menjadi elemen – elemen kecil.
2. Menentukan sifat tiap-tiap elemen, yaitu memilih fungsi yang menggambarkan distribusi potensial kecepatan sampai didapatkan kekakuan elemen.
3. Perakitan, yaitu menggabungkan persamaan elemen untuk mendapatkan persamaan global.
4. Memberikan kondisi batas, yaitu memberikan potensial kecepatan dan beban yang diketahui.

⁶ uniform

⁷ steady flow

5. Menyelesaikan persamaan aljabar linier simultan dengan menggunakan eliminasi Gauss untuk menentukan potensial kecepatan simpul.
6. Menghitung kecepatan aliran, yaitu menurunkan potensial kecepatan simpul terhadap x dan y .
7. Menghitung tekanan simpul pada foil menggunakan persamaan Bernoulli dengan mengambil tekanan pada titik jauh sebelum mengenai foil sama dengan nol.
8. Mengintegrasikan tekanan dengan menggunakan formula Simpson untuk mendapatkan gaya – gaya yang bekerja pada foil.

BAB II

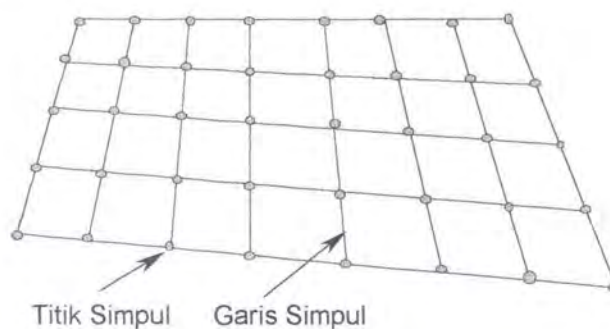
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. DASAR-DASAR METODE ELEMEN HINGGA

2.1.1. DISKRITISASI

Prinsip diskritisasi yang melandasi metode elemen hingga sebenarnya sudah dipergunakan dalam banyak usaha manusia. Kebutuhan terhadap pendiskritan atau membagi suatu benda menjadi benda-benda yang berukuran kecil berguna untuk mempermudah pengelolaannya timbul dari keterbatasan manusia yang tidak memahami benda – benda disekelilingnya dalam bentuk utuh. Diskritisasi berarti pendekatan dari suatu kenyataan.

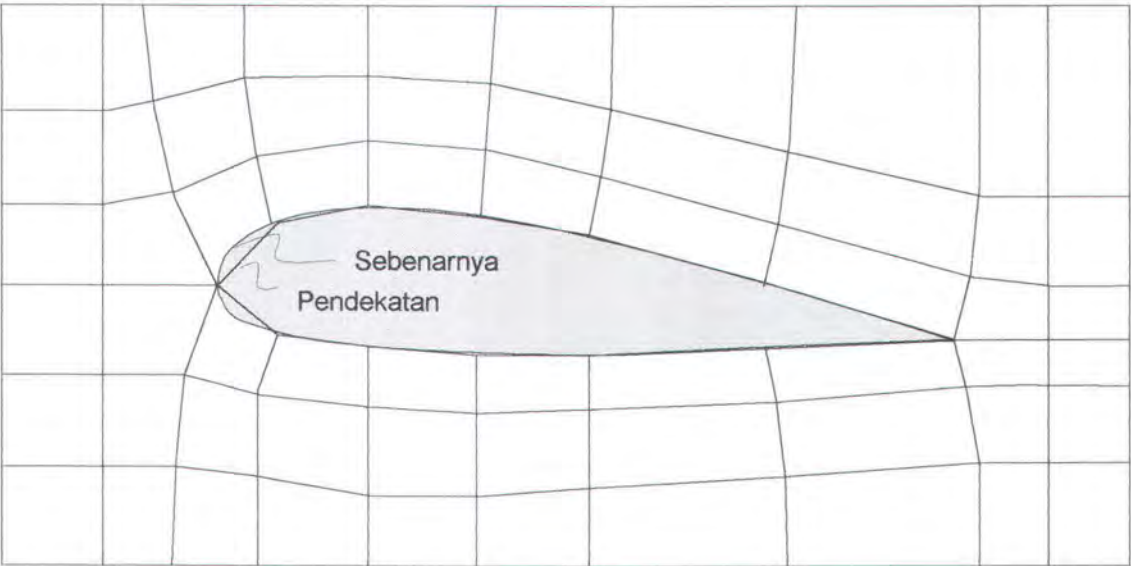
Langkah diskritisasi menyangkut pembagian benda menjadi sejumlah benda kecil yang sesuai, yang dinamakan elemen – elemen hingga. Perpotongan antara sisi-sisi elemen dinamakan simpul atau titik simpul, dan permukaan antara elemen-elemen disebut garis simpul dan bidang simpul.



Gambar 2.1. Elemen dua dimensi

Walaupun kita dapat membagi-bagi benda itu ke dalam beberapa bagian elemen dengan bentuk yang teratur pada bagian dalam, kita bisa membentuk ketentuan khusus

jika batas yang ada ternyata tidak teratur. Dalam banyak hal, batas tak teratur dapat didekati dengan sejumlah garis lurus (gambar 2.2).



Gambar 2.2. Diskritisasi benda yang didekati garis lurus

Titik – titik simpul elemen memberikan titik-titik strategis untuk penulisan fungsi – fungsi matematis yang menggambarkan bentuk distribusi besaran yang tak diketahui pada wilayah elemen. Besaran yang tak diketahui berupa potensial kecepatan fluida untuk persoalan aliran fluida. Sejumlah fungsi matematis seperti polinomial dapat dipakai untuk maksud ini.

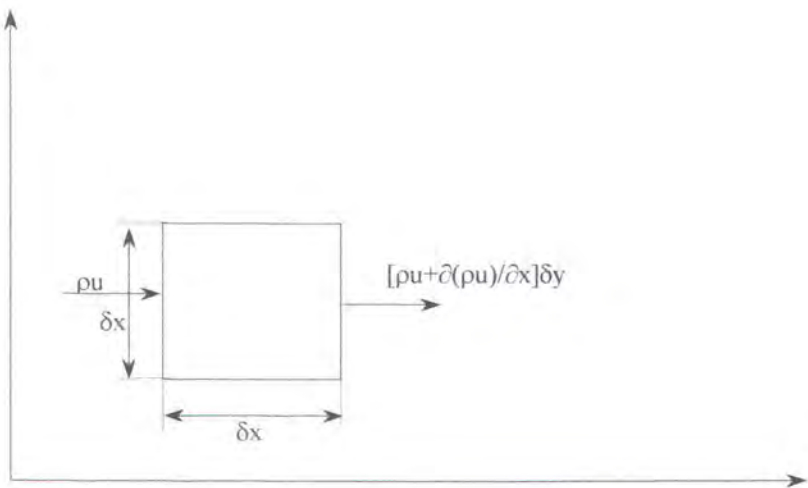
2.1.2. KEKAKUAN ELEMEN

2.1.2.1. Perumusan kekakuan elemen

Persamaan kontinuitas untuk volume kendali menyatakan bahwa laju pertambahan terhadap waktu untuk massa di dalam volume kendali adalah tepat sama dengan laju bersih aliran masuk massa ke dalam volume kendali itu. Persamaan kontinuitas untuk aliran stedi adalah

$$\int_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

yang menyatakan bahwa laju bersih aliran massa keluar dari volume kendali itu sama dengan nol.



Gambar 2.3. Volume kendali untuk menurunkan persamaan kontinuitas

Massa bersih keluar melalui kedua permukaan adalah $[\partial(\rho u)/\partial x] \delta x \delta y$. Untuk permukaan tegak lurus sumbu y pada gambar di atas dilakukan hal yang sama sehingga aliran massa keluar bersih adalah

$$[\partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y] \delta x \delta y = 0$$

Jika persamaan dibagi dengan elemen luas maka persamaan tersebut menjadi

$$[\partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y] = 0$$

Untuk fluida incompressible, masa jenis adalah konstan sehingga persamaan tersebut menjadi

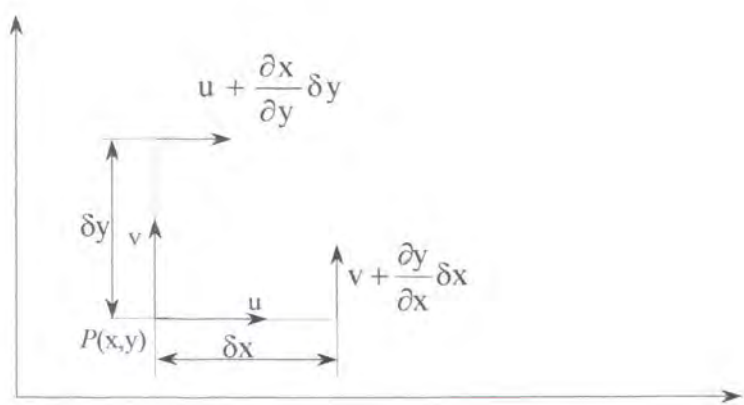
$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$$

Partikel – partikel tersendiri suatu fluida takmampumampat tanpa gesekan yang mula – mula tidak bergerak tidak dapat dibuat berputar (berotasi). Hal ini dapat dibayangkan dengan memperhatikan sebuah benda bebas fluida yang berbentuk bola. Gaya – gaya permukaan bekerja tegak lurus terhadap permukaannya, karena fluida tersebut tanpa gesekan, dan oleh karena itu bekerja melalui titik pusat bola. Demikian pula, gaya

badan bekerja di titik pusat massa. Maka dari itu, tiada torsi yang dapat dilakukan terhadap bola itu, dan bola tersebut tetap tanpa rotasi.

Kita mengembangkan rumus analitik untuk rotasi fluida bagi suatu partikel seputar sumbu yang sejajar dengan sumbu z . Komponen rotasi dapat didefinisikan sebagai kecepatan sudut rata – rata dua elemen kecil-takhingga yang tegak lurus terhadap satu sama lain dan terhadap sumbu rotasi. Guna memudahkan maka sebagai kedua elemen garis itu dipergunakan δx dan δy dalam gambar di bawah, meskipun setiap dua elemen tegak lurus lainnya di bidang datar yang melalui titik tersebut akan memberi hasil yang sama.

Partikel tersebut berada di $P(x,y)$ dan mempunyai komponen – komponen kecepatan u,v di bidang datar xy .



Gambar 2.4. Rotasi di dalam fluida

Kecepatan sudut δx adalah

$$\frac{v + (\partial v / \partial x) \delta x - v}{\delta x} = \frac{\partial v}{\partial x} \text{ rad/detik}$$

dan kecepatan sudut δy adalah

$$-\frac{u + (\partial u / \partial y) \delta y - u}{\delta y} = -\frac{\partial u}{\partial y} \text{ rad/detik}$$

jika arah berlawanan jarum jam positif. Komponen rotasi ω_z suatu partikel fluida di $P(x,y)$ adalah

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$



Demikian pula, kedua komponen rotsi lainnya, ω_x dan ω_y seputar sumbu sumbu yang sejajar dengan x dan dengan y adalah

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Vektor rotasi ω adalah

$$\omega = i\omega_x + j\omega_y + k\omega_z$$

Vektor vortisitas, kurl $\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V}$, didefinisikan sebagai dua kali vektor rotasi, dan diberikan oleh 2ω .

Dengan asumsi bahwa fluida tidak mempunyai rotasi, yakni, takrotasional, maka kurl $\mathbf{V} = 0$, atau

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}$$

Persamaan yang pertama adalah syarat takrotasional bagi aliran dua dimensi pada bidang xy dan merupakan syarat agar rumusan diferensial $u dx + v dy$ eksak, misalkan

$$u dx + v dy = d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy$$

Dengan membandingkan suku – suku persamaan tersebut, $u = \partial \phi / \partial x$, $v = \partial \phi / \partial y$. Jika variabel u dan v pada persamaan kontinuitas disubstitusi dengan $\partial \phi / \partial x$ dan $\partial \phi / \partial y$ maka akan dihasilkan persamaan Laplace.

Aliran potensial diatur oleh persamaan Laplace, yaitu :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= 0 \\ \nabla^2 \phi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Potensial kecepatan : $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy$

$$\varphi = [\Phi]\{\alpha\}$$

(2.2)

di mana $[\Phi] = [1 \quad x \quad y \quad xy]$ dan $\{\alpha\}^T = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4]$ adalah vektor dari koordinat-koordinat yang digeneralisasi. Evaluasi φ di empat simpul memberikan :

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 + \alpha_4 x_1 y_1 \\ \varphi_2 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 + \alpha_4 x_2 y_2 \\ \varphi_3 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 + \alpha_4 x_3 y_3 \\ \varphi_4 &= \alpha_1 + \alpha_2 x_4 + \alpha_3 y_4 + \alpha_4 x_4 y_4 \end{aligned}$$

(2.3)

atau

$$\{q_\varphi\} = [A]\{\alpha\}$$

(2.4)

di mana $[A]$ adalah matrik bujur sangkar dari koordinat-koordinat simpul dan $\{q_\varphi\}^T = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4]$. Kita dapat memecahkan $\{\alpha\}$ sebagai

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \{q_\varphi\}$$

(2.5)

Substitusi (2.5) ke (2.2) memberikan

$$\varphi = [\Phi][A]^{-1} \{q_\varphi\} = [N]\{q_\varphi\} = \sum_{i=1}^4 N_i \varphi_i$$

(2.6)

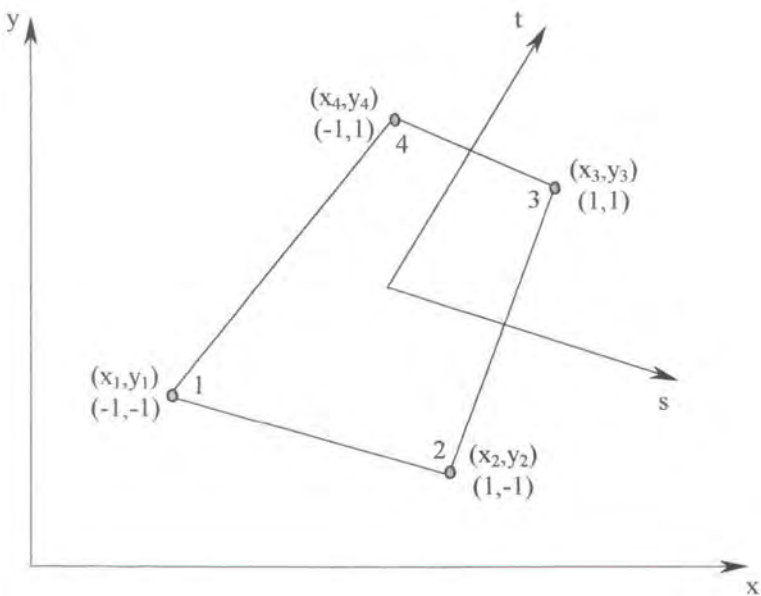
di mana

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-s)(1-t), \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+s)(1-t), \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+s)(1+t), \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-s)(1+t). \end{aligned}$$

(2.7)

Koordinat-koordinat global x, y di sembarang titik dalam elemen juga dapat dinyatakan dengan menggunakan fungsi-fungsi interpolasi N_i yang sama.

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^4 N_i x_i, \\ y &= \sum_{i=1}^4 N_i y_i \end{aligned} \right\} \tag{2.8}$$



Gambar 2.5. Sistem koordinat

Faktor geometri, yaitu koordinat-koordinat x, y maupun besaran yang tak diketahui φ , dinyatakan dengan menggunakan fungsi-fungsi interpolasi N_i yang sama dinamakan konsep isoparametrik.

Penerapan prinsip energi potensial minimum pada dasarnya adalah mengambil turunan (atau variasi) energi potensial dan menyamakan dengan nol. Fungsi variasi untuk idealisasi dua dimensi berikut :

$$\Omega_p(\varphi) = \iint_A \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \tag{2.9}$$

Turunan-turunan dalam persamaan (2.9) dapat diperoleh dengan mengambil turunan-turunan parsial φ [persamaan (2.6)] terhadap x dan y ;

$$\left. \begin{aligned} g_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \\ g_y &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Karena N_i dinyatakan dalam koordinat-koordinat lokal s, t , maka kita akan menggunakan hasil-hasil matematis dengan berdasarkan pada aturan rantai diferensial supaya mendapatkan g_x dan g_y :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial s} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

yang sebagai suatu aturan umum, dapat dinyatakan dalam notasi matrik sebagai

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Matrik $[J]$ sering kali dinamakan sebagai matrik Jakobi. Persamaan (2.12) menyatakan sekumpulan persamaan simultan dengan $\frac{\partial}{\partial x}$ dan $\frac{\partial}{\partial y}$ adalah besaran yang tak diketahui. Penyelesaian dengan aturan Cramer memberikan

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial t} & -\frac{\partial y}{\partial s} \\ -\frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial x}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

di mana $|J|$ dinamakan Jakobi,

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (2.14)$$

Suku-suku persamaan (2.14) dapat dievaluasi dengan menggunakan pernyataan x dan y [persamaan (2.8)] dan N_i [persamaan (2.7)].

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i \quad \frac{\partial x}{\partial t} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial s} y_j \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial t} y_j \quad (2.16)$$

maka

$$|J| = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial s} x_i \frac{\partial N_j}{\partial t} y_j \right) - \left(\frac{\partial N_i}{\partial t} x_i \frac{\partial N_j}{\partial s} y_j \right) \right]$$

atau

$$|J| = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[x_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial N_j}{\partial t} - \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial N_j}{\partial s} \right) y_j \right] \quad (2.17)$$

dimana

$$\frac{\partial N_1}{\partial s} = -\frac{1}{4}(1-t), \quad \frac{\partial N_1}{\partial t} = -\frac{1}{4}(1-s)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial s} = \frac{1}{4}(1-t), \quad \frac{\partial N_2}{\partial t} = -\frac{1}{4}(1+s)$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+t), \quad \frac{\partial N_3}{\partial t} = \frac{1}{4}(1+s)$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial s} = -\frac{1}{4}(1+t), \quad \frac{\partial N_4}{\partial t} = \frac{1}{4}(1-s)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial s} \frac{\partial N_1}{\partial t} - \frac{\partial N_1}{\partial t} \frac{\partial N_1}{\partial s} = 0$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial s} \frac{\partial N_2}{\partial t} - \frac{\partial N_1}{\partial t} \frac{\partial N_2}{\partial s} = \left(-\frac{1}{4}(1-t) \right) \left(-\frac{1}{4}(1+s) \right) - \left(-\frac{1}{4}(1-s) \right) \left(\frac{1}{4}(1-t) \right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{16}(((1+s-t-st)-(-(1-t-s+st)))) \\ &= \frac{1}{8}(1-t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial s} \frac{\partial N_2}{\partial t} - \frac{\partial N_1}{\partial t} \frac{\partial N_2}{\partial s} &= \left(-\frac{1}{4}(1-t)\right)\left(\frac{1}{4}(1+s)\right) - \left(-\frac{1}{4}(1-s)\right)\left(\frac{1}{4}(1+t)\right) \\ &= \frac{1}{16}(-(1+s-t-ts)+(1+t-s-st)) \\ &= \frac{1}{8}(-s+t) \end{aligned}$$

dan seterusnya.

Penjumlahan dalam persamaan (2.17) akan menghasilkan $|J|$ dalam notasi matrik sebagai

$$|J| = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1-t & -s+t & -1+s \\ -1+t & 0 & 1+s & -s-t \\ s-t & -1-s & 0 & 1+t \\ 1-s & s+t & -1-t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} \tag{2.18}$$

Penggunaan persamaan (2.18) memungkinkan perhitungan $\frac{\partial s}{\partial x}$, $\frac{\partial t}{\partial x}$, $\frac{\partial s}{\partial y}$, dan $\frac{\partial t}{\partial y}$

untuk menghitung persamaan (2.13)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial s}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \right) = \frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i \right) \\ \frac{\partial s}{\partial y} &= -\frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i \right) \\ \frac{\partial s}{\partial x} &= -\frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial s} y_i \right) \\ \frac{\partial s}{\partial y} &= \frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i \right) \end{aligned} \right\} \tag{2.19}$$

Dari persamaan (2.6) diperoleh

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial s} \varphi_i \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial N_i}{\partial t} \varphi_i \quad (2.20)$$

Substitusi persamaan (2.19) dan (2.20) ke persamaan (2.13) didapatkan

$$\begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\varphi_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial N_j}{\partial t} - \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial N_j}{\partial s} \right) y_j \right] \\ \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\varphi_i \left(-\frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial N_j}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial t} \frac{\partial N_j}{\partial s} \right) x_j \right] \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

Dengan cara yang sama dengan persamaan jakobian, g_x dan g_y pada persamaan (2.21) dalam bentuk matrik

$$g_x = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{8|J|} \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1-t & -s+t & -1+s \\ -1+t & 0 & 1+s & -s-t \\ s-t & -1-s & 0 & 1+t \\ 1-s & s+t & -1-t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

$$g_y = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{8|J|} \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \varphi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1+t & s-t & 1-s \\ 1-t & 0 & -1-s & s+t \\ -s+t & 1+s & 0 & -1-t \\ -1+s & -s-t & 1+t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} \quad (2.22).$$

Persamaan g_x pada persamaan (2.22) menghasilkan g_x sebesar

$$= \frac{1}{8|J|} [(-1+t)\varphi_2 + (s-t)\varphi_3 + (1-s)\varphi_4] y_1 + [(1-t)\varphi_1 + (-1-s)\varphi_3 + (s+t)\varphi_4] y_2 \\ + [(-s+t)\varphi_1 + (1+s)\varphi_2 + (-1-t)\varphi_4] y_3 + [(-1+s)\varphi_1 + (-s-t)\varphi_2 + (1+t)\varphi_3] y_4$$

atau

$$= \frac{1}{8|J|} [(1-t)y_2 + (-s+t)y_3 + (-1+s)y_4] \varphi_1 + [(-1+t)y_1 + (1+s)y_3 + (-s-t)y_4] \\ \varphi_2 + [(s-t)y_1 + (-1-s)y_2 + (1+t)y_4] \varphi_3 + [(1-s)y_1 + (s+t)y_2 + (-1-t)y_3] \varphi_4$$

Dengan cara yang sama g_y juga dapat dijadikan bentuk tersebut, sehingga persamaan (2.22)

dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$g_x = \frac{1}{8|J|} \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1+t & s-t & 1-s \\ 1-t & 0 & -1-s & s+t \\ -s+t & 1+s & 0 & -1-t \\ -1+s & -s-t & 1+t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

$$g_y = \frac{1}{8|J|} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1-t & -s+t & -1+s \\ -1+t & 0 & 1+s & -s-t \\ s-t & -1-s & 0 & 1+t \\ 1-s & s+t & -1-t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix}$$

$$\{g\} = [B] \{q_p\} \quad (2.25)$$

Substitusi persamaan (2.25) ke persamaan (2.9) menghasilkan

$$\Omega_p = \frac{1}{2} \{q_\varphi\}^T \iint_A [B]^T [I] [B] dx dy \{q_\varphi\}, \quad (2.26)$$

di mana

$$[I] = [C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan mengambil turunan-turunan Ω_p terhadap φ_i diperoleh

$$\frac{\partial \Omega_p}{\partial \{q_\varphi\}} = 0 \quad (2.27)$$

yang menghasilkan

$$\{q_\varphi\}^T \iint_A [B]^T [B] dx dy \{q_\varphi\} = 0 \quad (2.28)$$

atau

$$\iint_A [B]^T [B] dx dy \{q_\varphi\} = 0 \quad (2.29)$$

atau

$$[k_\varphi]_{Q_\varphi} = 0 \tag{2.30}$$

di mana

$$[k_\varphi] = \iint_A [B]^T [B] dx dy \tag{2.31}$$

2.1.2.2 Integrasi numerik kekakuan elemen $[k_\varphi]$

Persamaan matriks kekakuan elemen yang ditransformasikan ke koordinat lokal dengan memakai $|J|$ adalah

$$\begin{aligned}
 [k_\varphi] &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [B] |J| ds dt \\
 &\approx \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [B(s_i, t_j)]^T [B(s_i, t_j)] |J(s_i, t_j)| W_i W_j
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Untuk bidang segi empat dengan empat titik integrasi, persamaan (2.32) dapat ditulis sebagai

$$[k_\varphi] \approx \sum_{i=1}^4 [B(s_i, t_i)]^T [B(s_i, t_i)] |J(s_i, t_i)| W_i \tag{2.33}$$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned}
 k_{\varphi 11} &= [B_{11}^2(s_1, t_1) + B_{21}^2(s_1, t_1)] |J(s_1, t_1)| W_1 + [B_{11}^2(s_2, t_2) + B_{21}^2(s_2, t_2)] |J(s_2, t_2)| W_2 + \\
 &\quad [B_{11}^2(s_3, t_3) + B_{21}^2(s_3, t_3)] |J(s_3, t_3)| W_3 + [B_{11}^2(s_4, t_4) + B_{21}^2(s_4, t_4)] |J(s_4, t_4)| W_4 \\
 k_{\varphi 12} &= [B_{11}(s_1, t_1) \times B_{12}(s_1, t_1) + B_{21}(s_1, t_1) \times B_{22}(s_1, t_1)] |J(s_1, t_1)| W_1 + \\
 &\quad [B_{11}(s_2, t_2) \times B_{12}(s_2, t_2) + B_{21}(s_2, t_2) \times B_{22}(s_2, t_2)] |J(s_2, t_2)| W_2 + \\
 &\quad [B_{11}(s_3, t_3) \times B_{12}(s_3, t_3) + B_{21}(s_3, t_3) \times B_{22}(s_3, t_3)] |J(s_3, t_3)| W_3 + \\
 &\quad [B_{11}(s_4, t_4) \times B_{12}(s_4, t_4) + B_{21}(s_4, t_4) \times B_{22}(s_4, t_4)] |J(s_4, t_4)| W_4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{\phi 13} = & [B_{11}(s_1, t_1) \times B_{13}(s_1, t_1) + B_{21}(s_1, t_1) \times B_{23}(s_1, t_1)]J(s_1, t_1)W_1 + \\
& [B_{11}(s_1, t_1) \times B_{13}(s_2, t_2) + B_{21}(s_2, t_2) \times B_{23}(s_2, t_2)]J(s_2, t_2)W_2 + \\
& [B_{11}(s_3, t_3) \times B_{13}(s_3, t_3) + B_{21}(s_3, t_3) \times B_{23}(s_3, t_3)]J(s_3, t_3)W_3 + \\
& [B_{11}(s_4, t_4) \times B_{13}(s_4, t_4) + B_{21}(s_4, t_4) \times B_{23}(s_4, t_4)]J(s_4, t_4)W_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{\phi 14} = & [B_{11}(s_1, t_1) \times B_{14}(s_1, t_1) + B_{21}(s_1, t_1) \times B_{24}(s_1, t_1)]J(s_1, t_1)W_1 + \\
& [B_{11}(s_2, t_2) \times B_{14}(s_2, t_2) + B_{21}(s_2, t_2) \times B_{24}(s_2, t_2)]J(s_2, t_2)W_2 + \\
& [B_{11}(s_3, t_3) \times B_{14}(s_3, t_3) + B_{21}(s_3, t_3) \times B_{24}(s_3, t_3)]J(s_3, t_3)W_3 + \\
& [B_{11}(s_4, t_4) \times B_{14}(s_4, t_4) + B_{21}(s_4, t_4) \times B_{24}(s_4, t_4)]J(s_4, t_4)W_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{\phi 21} = & [B_{12}(s_1, t_1) \times B_{11}(s_1, t_1) + B_{22}(s_1, t_1) \times B_{21}(s_1, t_1)]J(s_1, t_1)W_1 + \\
& [B_{12}(s_2, t_2) \times B_{11}(s_2, t_2) + B_{22}(s_2, t_2) \times B_{21}(s_2, t_2)]J(s_2, t_2)W_2 + \\
& [B_{12}(s_3, t_3) \times B_{11}(s_3, t_3) + B_{22}(s_3, t_3) \times B_{21}(s_3, t_3)]J(s_3, t_3)W_3 + \\
& [B_{12}(s_4, t_4) \times B_{11}(s_4, t_4) + B_{22}(s_4, t_4) \times B_{21}(s_4, t_4)]J(s_4, t_4)W_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{\phi 22} = & [B_{12}^2(s_1, t_1) + B_{22}^2(s_1, t_1)]J(s_1, t_1)W_1 + [B_{12}^2(s_2, t_2) + B_{22}^2(s_2, t_2)]J(s_2, t_2)W_2 + \\
& [B_{12}^2(s_3, t_3) + B_{22}^2(s_3, t_3)]J(s_3, t_3)W_3 + [B_{12}^2(s_4, t_4) + B_{22}^2(s_4, t_4)]J(s_4, t_4)W_4
\end{aligned}$$

dan seterusnya.

2.1.3. PERAKITAN KEKAKUAN ELEMEN

Sekali persamaan elemen ditetapkan untuk suatu elemen umum, maka kita akan siap untuk menghasilkan persamaan elemen secara berulang – ulang untuk elemen – elemen lainnya. Persamaan – persamaan elemen ini dijumlahkan untuk menghasilkan persamaan global. Sebagai contoh perakitan persamaan elemen diberikan 2 elemen yang masing – masing menghasilkan kekakuan elemen berupa matrik 4 x 4.

3

6

2

5

2

1

1

4

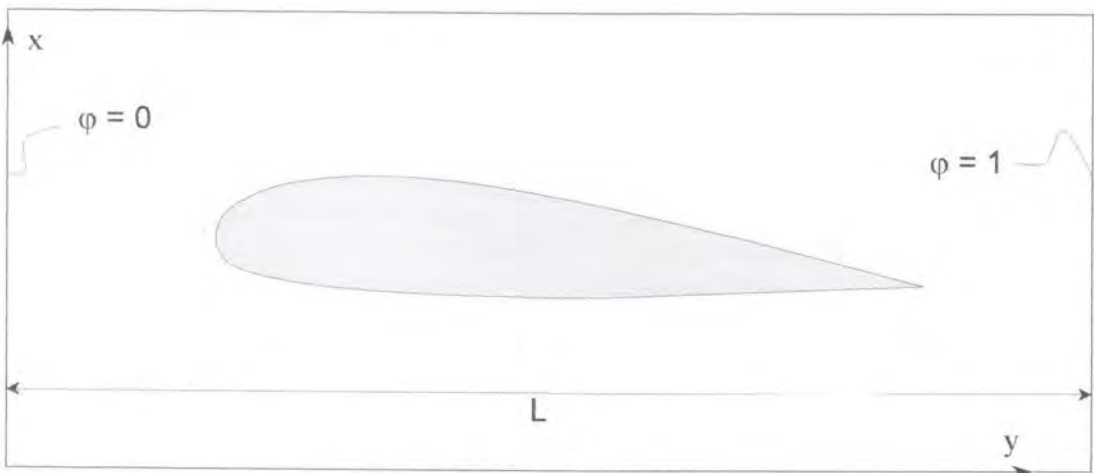
untuk elemen satu.

untuk elemen dua.

hasil rakitan.

2.1.4. PEMBERIAN SYARAT BATAS

Pada aliran yang disebabkan oleh perbedaan potensial kecepatan dapat dikenakan sejumlah syarat batas. Syarat batas berupa potensial kecepatan pada simpul yang potensial kecepatannya diketahui. Potensial kecepatan yang diketahui adalah potensial kecepatan pada batas kanan dan batas kiri.



Gambar 2.6. Kondisi batas

Harga potensial kecepatan pada batas kiri dan kanan tersebut ditentukan dari kecepatan aliran uniform yang diambil berdasarkan persamaan $\frac{\partial \phi}{\partial x} = u$. Untuk kondisi batas seperti pada gambar 2.4, kecepatan aliran uniform sama dengan $(1 - 0)/L$ searah dengan sumbu x . Jika kecepatan yang diperlukan dua kali kecepatan tersebut, kita ambil selisih potensial kecepatannya sama dengan 2 (dua).

2.1.5. PERHITUNGAN POTENSIAL KECEPATAN

Dari langkah – langkah sebelumnya akan dihasilkan persamaan yang dapat ditulis sebagai $[K]\{D_\phi\}=\{R\}$. $[K]$ adalah matrik kekakuan global yang merupakan matriks singular, yaitu matriks yang tidak mempunyai invers. Dengan demikian persamaan tersebut tidak dapat diselesaikan.

Untuk mengatasi hal tersebut, baris ke- n dan kolom ke- n dari matriks $[K]$, baris ke- n dari matriks $\{D_\phi\}$, dan baris ke- n dari matriks $\{R\}$ dihapus jika baris ke- n dari matriks $\{D_\phi\}$ sudah diketahui nilainya. Sebelum dihapus semua baris pada kolom ke- n dari matriks $[K]$ dikalikan dengan baris ke- n dari matriks $\{D_\phi\}$ kemudian dikurangkan pada matriks $\{R\}$.

Setelah kita melakukan penghapusan, persamaan tersebut dapat diselesaikan. Persamaan tersebut dapat dipecahkan dengan memakai metode eliminasi Gauss atau metode iterasi yang sudah dikenal. Hasil yang didapat berupa besaran – besaran yang tak diketahui, yaitu potensial kecepatan pada semua simpul.

2.1.6. PERHITUNGAN KECEPATAN

Dengan menyelesaikan persamaan (2.33) kita mendapatkan $\{q_\phi\}$ yang berisi harga potensial kecepatan ϕ pada simpul-simpul. Kecepatan aliran dapat dihitung dengan

menggunakan persamaan

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ v_y &= \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Untuk pendekatan potensial kecepatan, kecepatan dihitung dengan menggunakan persamaan

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

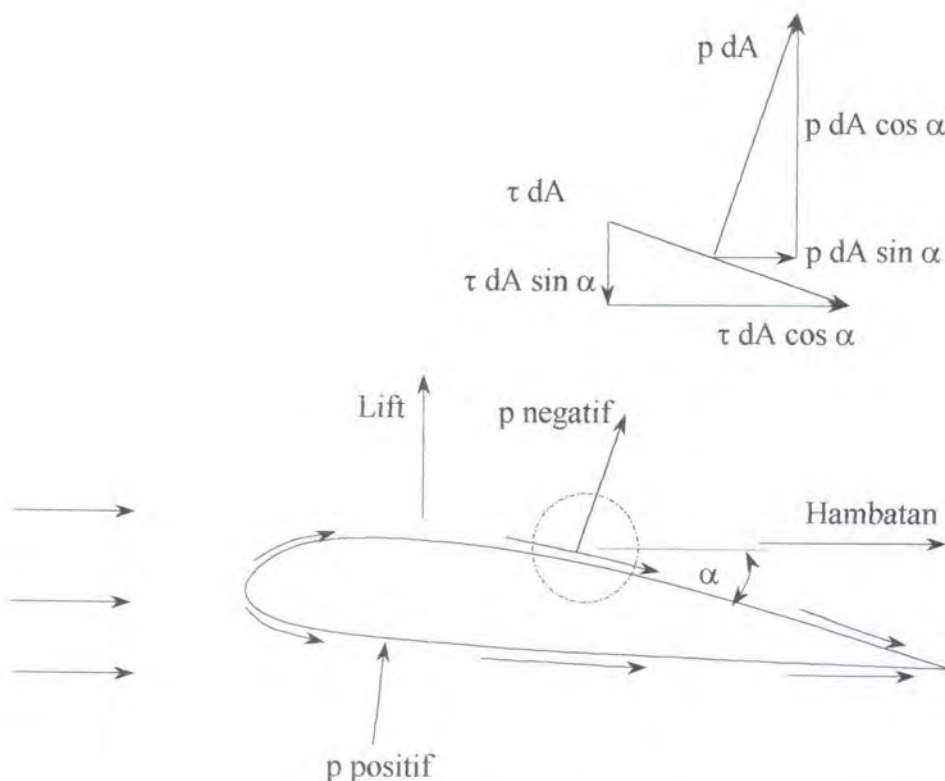
Dengan persamaan (2.35) kita mempunyai kecepatan pada keempat simpul tiap – tiap elemen. Kecepatan pada suatu simpul diambil sebagai kecepatan rata – rata dari kecepatan simpul yang sesuai dari tiap – tiap elemen.

2.2. GAYA – GAYA PADA FOIL DALAM ALIRAN FLUIDA

Foil didefinisikan sebagai suatu distribusi tebal $f(x)$ yang ditambahkan dan dikurangkan dari sebuah mean line atau camber distribution $f_m(x)$ atau $m(x)$. Tebal dinyatakan dengan normal terhadap camber line.

Gaya hambat dan gaya angkat berdefinisi komponen – komponen gaya yang dilakukan terhadap suatu benda oleh fluida yang bergerak, yang masing – masing, sejajar dan tegak lurus terhadap kecepatan datang relatif. Terdapat suatu benda yang terendam bekerja tekanan maupun tegangan viskos dan salah satu atau keduanya mempunyai iuran dalam gaya resultante. Yang mengembangkan gaya hambat dan gaya angkat adalah aksi dinamik fluida yang bergerak. Gaya – gaya lain seperti gaya badan karena gravitasi dan gaya apung tidak diikuti-sertakan dalam gaya hambat maupun gaya angkat.

Sebagai gambaran adalah suatu foil dalam suatu aliran fluida. Kecepatan aliran pada bagian atas foil lebih besar dari pada kecepatan aliran bebas, sehingga dengan menerapkan persamaan Bernoulli, tekanan pada bagian atas foil adalah lebih kecil daripada tekanan aliran bebas. Kecepatan aliran di bawah foil lebih kecil daripada kecepatan aliran bebas mengakibatkan tekanan yang lebih besar daripada tekanan aliran bebas. Gradien tekanan ini terutama bertanggung jawab atas gaya angkat terhadap foil, sedangkan gaya hambat merupakan akibat beda tekanan maupun tegangan geser.



Gambar 2.7. Gaya viskos dan gaya tekanan pada foil

Menurut pengertian dasar, gaya hambat dan gaya angkat dapat dihitung secara langsung dari tekanan dan tegangan viskos. Dengan mengarahkan perhatian kepada suatu lebar satuan ke dalam halaman buku bagi sebuah lebar foil yang lebar, gaya hambat suatu luas permukaan diferensial dA diberikan oleh

$$d(\text{hambatan}) = p dA \sin \alpha + \tau dA \cos \alpha$$

Gaya hambat yang dialami foil diberikan oleh

$$\text{Gaya hambat} = \int (p \sin \alpha + \tau \cos \alpha) dA$$

Gaya angkat elemental diberikan oleh

$$d(\text{gaya angkat}) = p dA \cos \alpha - \tau dA \sin \alpha$$

Gaya angkat total yang dialami oleh foil

$$\text{Gaya angkat} = \int (p \cos \alpha - \tau \sin \alpha) dA$$

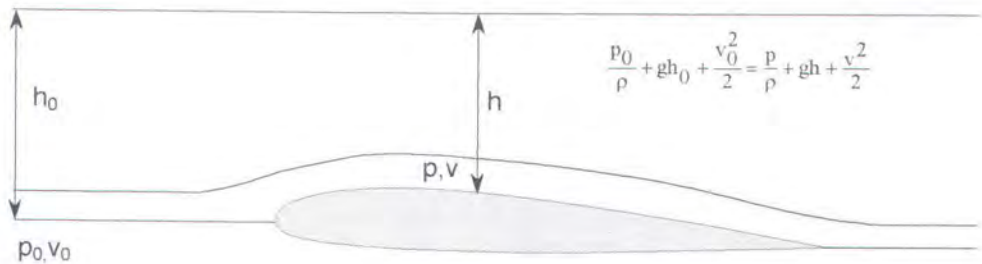
Dalam hal foil, tegangan geser hanya mempunyai saham yang sangat kecil dalam gaya angkat total dan pada umumnya dapat diabaikan. Pola aliran di sekitar benda yang terendam mengendalikan besarnya gaya hambat dan gaya angkat. Dalam hal kebanyakan benda, pola aliran serta tekanan tidak dapat dihitung secara eksak selengkapnyanya dalam praktek. Gaya – gaya tersebut lazim dihitung dengan koefisien hambatan dan koefisien gaya angkat yang ditentukan secara empiris.

Gaya hambat terhadap suatu benda dapat dinyatakan dengan $D = C_D A \rho v^2 / 2$ dengan A sebagai luas permukaan benda tersebut. C_D merupakan koefisien gaya hambat. Untuk foil dua dimensi harga $C_D = D / (\frac{1}{2} \rho c v^2)$, di mana c adalah panjang cord dari foil. Demikian pula untuk gaya angkat, $C_L = L / (\frac{1}{2} \rho c v^2)$. Harga dari koefisien gaya hambat (C_D) dan koefisien gaya angkat (C_L) foil NACA series dapat diperoleh dari literatur [3]. Jika harga koefisien – koefisien tersebut diketahui, maka gaya – gaya yang berkerja pada foil tersebut dapat diketahui pula.

Dalam hal perhitungan gaya – gaya yang bekerja pada foil ini, peranan metode elemen hingga sebenarnya untuk menentukan distribusi kecepatan di sekitar foil tersebut. Perhitungan selanjutnya dilakukan dengan menggunakan persamaan Bernoulli dan formula Simpson.

2.2.1. PERHITUNGAN TEKANAN

Perhitungan tekanan pada foil dilakukan dengan menggunakan persamaan Bernoulli. Untuk lebih jelasnya, penggunaan persamaan Bernoulli untuk menghitung tekanan dapat dilihat pada keterangan di bawah ini.



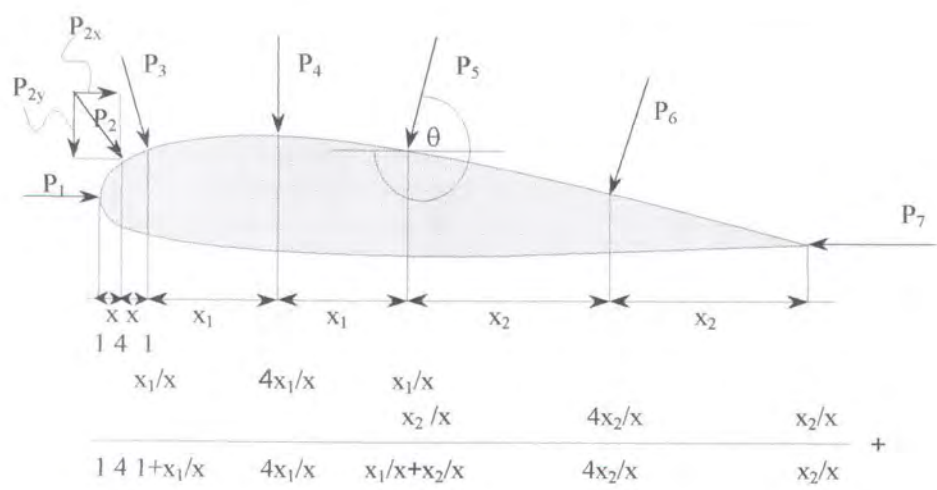
Gambar 2.8. Persamaan Bernoulli

Persamaan Bernoulli untuk fluida takrotasional adalah $\frac{p}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} = \text{konstanta}$.

Jika dianggap tidak menerima gaya gravitasi dan hanya tekanan dinamik saja yang diperhitungkan maka persamaan Bernoulli tersebut menjadi $\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{konstanta}$. Untuk mendapatkan tekanan pada yang bekerja pada foil dianggap tekanan pada fluida jauh sebelum mengenai foil sama dengan nol, sehingga konstanta $= \frac{v_0^2}{2}$. Dengan persamaan ini variasi tekanan dapat ditentukan jika kecepatan diketahui.

2.2.2. PERHITUNGAN GAYA – GAYA PADA FOIL

Tekanan pada tiap – tiap simpul yang didapatkan diuraikan ke arah sumbu x dan y yang masing – masing searah dan melintang arah aliran jauh sebelum mengenai foil. Komponen tekanan searah sumbu x, $P_x = P \cos \theta$. Komponen tekanan searah sumbu y, $P_y = P \sin \theta$. Pengambilan sudut θ seperti pada gambar 2.6. P_x diintegrasi sepanjang foil menghasilkan hambatan tekanan. P_y diintegrasi sepanjang foil menghasilkan gaya angkat.

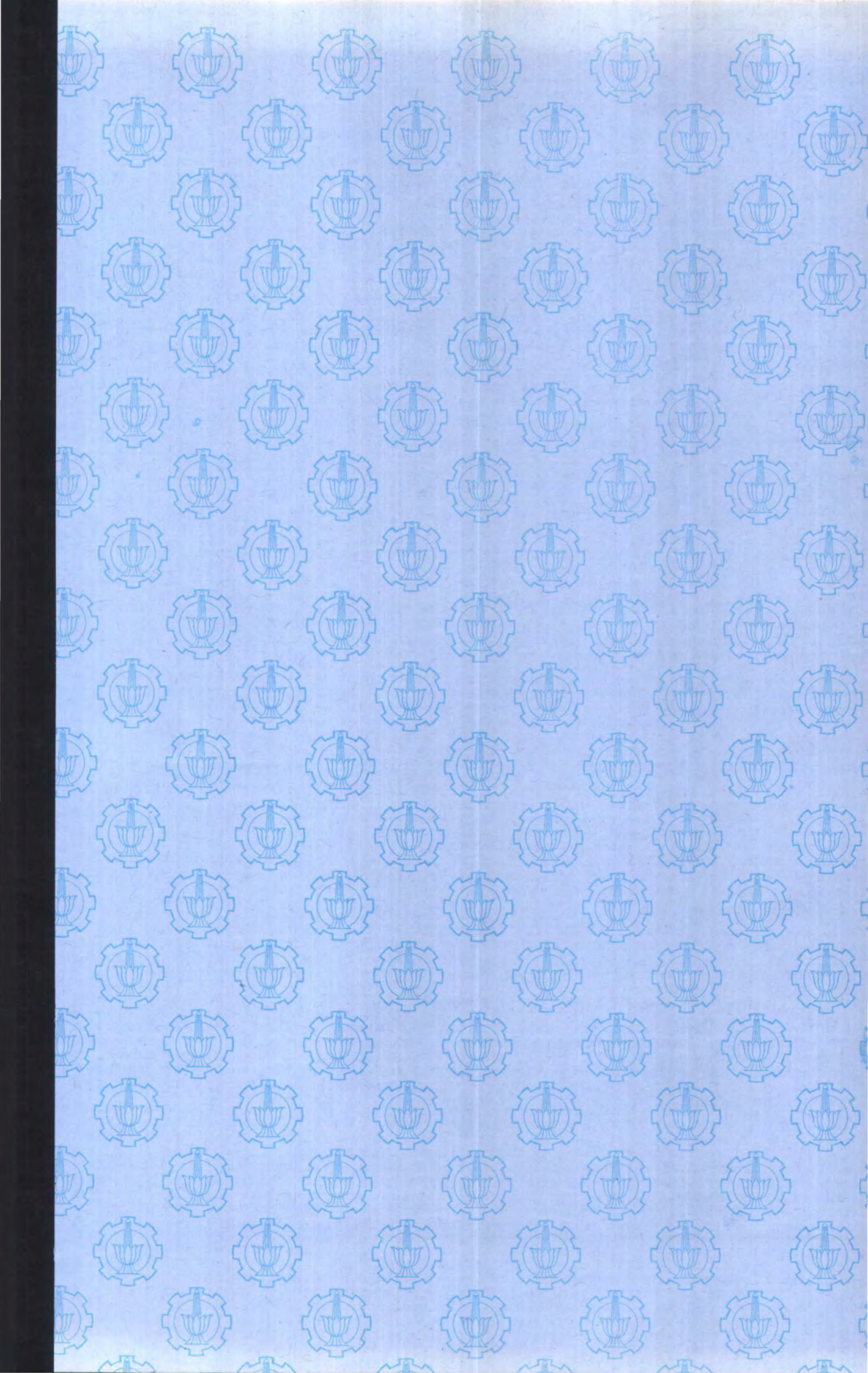


Gambar 2.9. Integrasi dengan rumus Simpson

Sebagai contoh integrasi dengan rumus Simpson adalah integrasi P_x pada permukaan atas foil untuk mendapatkan gaya hambatan tekanan permukaan atas foil. Faktor Simpson ditentukan seperti pada gambar 2.6.

$$F_x = \frac{1}{3} * x * \sum_{i=1}^7 (P_{ix} * \text{Faktor Simpson}_i)$$

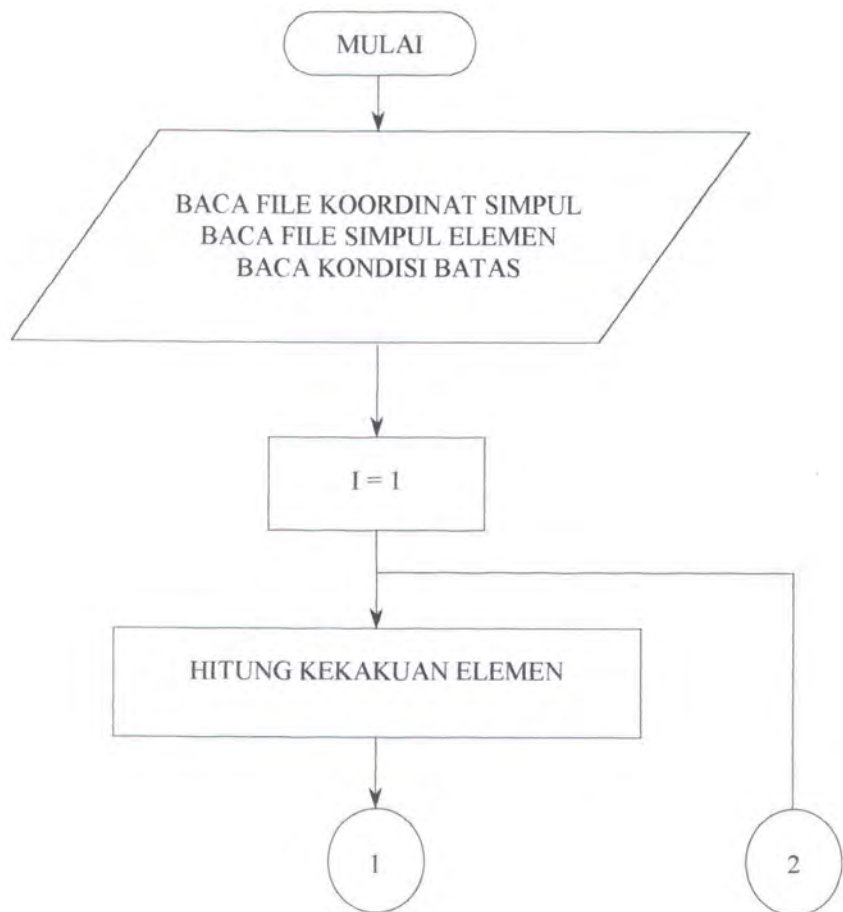
Untuk mendapatkan gaya yang bekerja pada foil dilakukan dengan menjumlahkan gaya pada permukaan atas foil dengan gaya pada permukaan bawah foil.

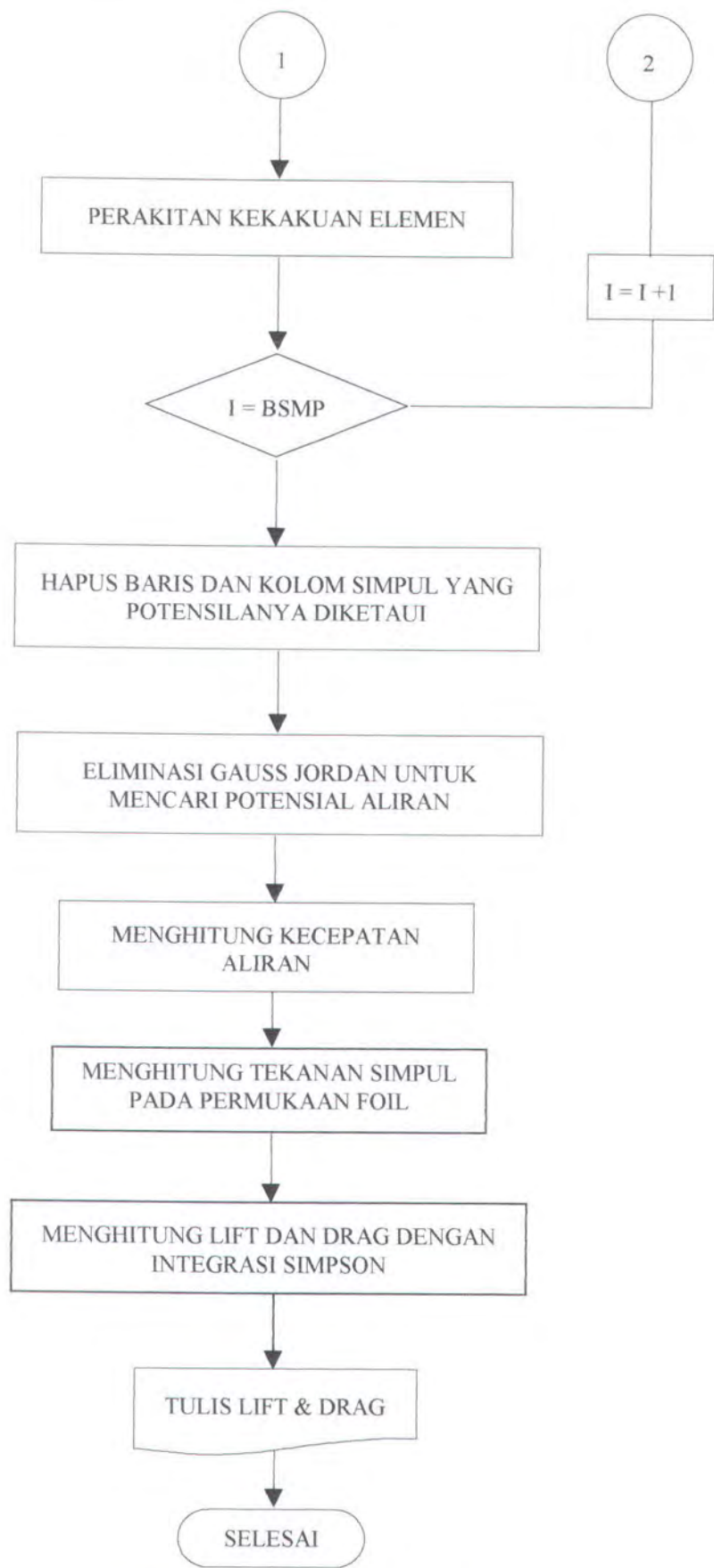


BAB III

PROGRAM KOMPUTER

Untuk menghitung gaya – gaya yang bekerja pada foil dengan menggunakan metode elemen hingga memerlukan perhitungan yang memakan waktu yang tidak sedikit jika dikerjakan secara manual. Untuk menghemat waktu dalam perhitungan tersebut digunakan program komputer yang berfungsi hanya sebagai alat bantu dalam tugas akhir ini. Program komputer yang digunakan untuk membantu perhitungan tersebut mempunyai diagram alir sebagai berikut :

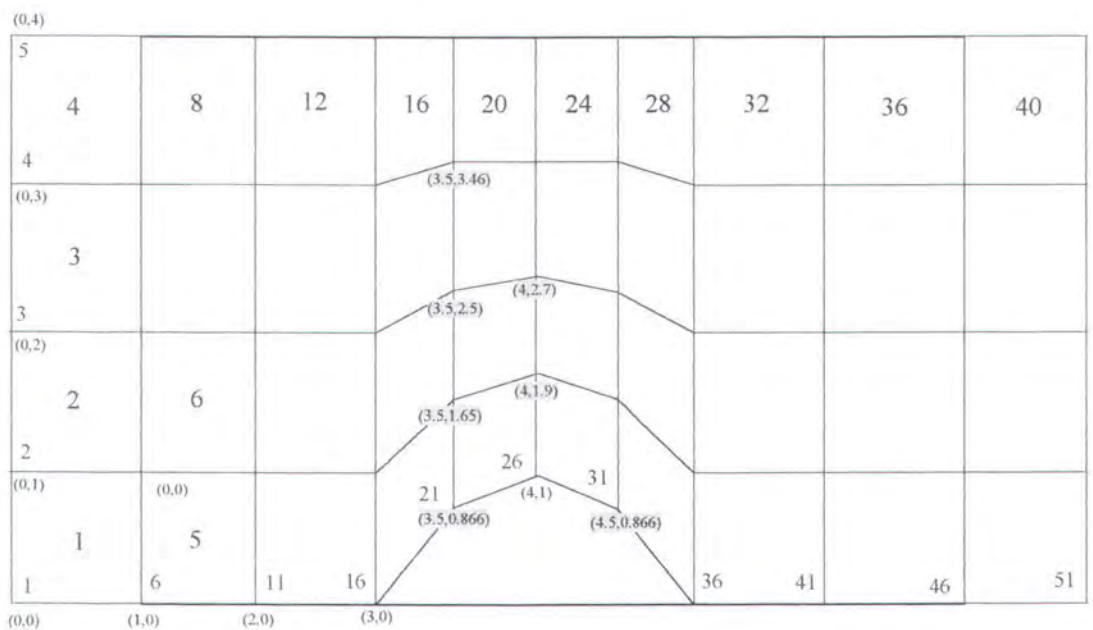




Gambar 3.1. Diagram alir program komputer

3.1. KEABSAHAN PROGRAM

Program komputer yang digunakan untuk menghitung gaya – gaya yang bekerja pada foil ini telah diuji untuk menghitung potensial kecepatan aliran di sekitar silinder. Potensial kecepatan di sekitar silinder yang dihasilkan oleh program komputer tersebut sudah cocok dengan potensial kecepatan silinder yang terdapat pada literatur [2]. Pembagian elemen simpul yang dipakai untuk menghitung potensial kecepatan aliran di sekitar silinder tersebut seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.2. Pembagian elemen dan koordinat simpul silinder

Potensial kecepatan aliran di sekitar silinder secara lengkap dapat dilihat pada lampiran. Perbandingan potensial kecepatan output program dan potensial kecepatan pada literatur dapat dilihat pada tabel berikut :

No. simul	Hasil program	Data
1	1.0000	1.00
2	1.0000	1.00
3	1.0000	1.00
4	1.0000	1.00
5	1.0000	1.00
6	0.8909	0.89

7	0.8889	0.89
8	0.8847	0.88
9	0.8808	0.88
10	0.8794	0.88
11	0.7869	0.79
12	0.7815	0.78
13	0.7670	0.77
14	0.7587	0.76
15	0.7564	0.76
16	0.7238	0.72
17	0.6697	0.67
18	0.6402	0.64
19	0.6316	0.63
20	0.6296	0.63
21	0.6213	0.62
22	0.5772	0.58
23	0.5677	0.57
24	0.5653	0.57
25	0.5651	0.57
26	0.5000	0.5
27	0.5000	0.5
28	0.5000	0.5
29	0.5000	0.5
30	0.5000	0.5

Potensial kecepatan aliran di sekitar silinder tersebut menghasilkan kecepatan aliran sebagai berikut :

No. simpul	Kecepatan aliran
16	0.00000
21	0.10732
26	0.22081
31	0.10732
36	0.00000

3.2. INPUT DATA

Data – data foil yang digunakan dalam perhitungan ini diambil dari NACA (*the National Advisory Committee for Aeronautics*). Data input yang diperlukan untuk perhitungan gaya – gaya yang bekerja pada foil dalam aliran fluida yaitu :

1. Kondisi batas berupa potensial kecepatan pada simpul – simpul yang diketahui harga potensial kecepataannya. Potensial kecepatan ini didapatkan dari kecepatan air jauh sebelum mengenai foil dengan menggunakan persamaan $\Delta\phi = v_0 \times L$ di mana v_0 adalah kecepatan air jauh sebelum mengenai foil dalam arah x positif, L adalah panjang domain aliran dan $\Delta\phi$ adalah perbedaan potensial kecepatan. Kondisi batas ini diberikan pada simpul – simpul di sepanjang batas hilir dan simpul – simpul di sepanjang batas hulu dengan nilai sembarang dengan syarat selisih potensial antara simpul pada batas hilir dan simpul pada batas hulu sebesar $\Delta\phi$. Simpul – simpul di mana kondisi batas diberikan diberi kode 1.
2. Nomor – nomor simpul masing – masing elemen. Nomor – nomor simpul elemen ini disajikan dalam sebuah file data dengan nama file sebanyak delapan karakter. Program untuk memasukkan nomor simpul elemen dapat dilihat pada lampiran.
3. Kode simpul dan koordinat simpul. Kode simpul dan koordinat simpul disajikan dalam bentuk file dengan nama sepanjang delapan karakter. Kode simpul berupa angka bertipe byte. Angka 0 digunakan untuk mengkodekan bahwa simpul tersebut tidak mempunyai syarat batas dan tidak dihitung kecepataannya. Angka 1 digunakan untuk mengkodekan bahwa simpul tersebut mempunyai syarat batas tetapi tidak dihitung kecepataannya. Angka 2 digunakan untuk mengkodekan bahwa simpul tersebut dihitung kecepataannya,

tidak mempunyai kondisi batas, dan simpul terletak pada permukaan atas foil. Angka 3 digunakan untuk mengkodekan bahwa simpul dihitung kecepatannya, tidak mempunyai kondisi batas, dan simpul berada pada ujung foil. Angka 4 digunakan untuk mengkodekan bahwa simpul dihitung kecepatannya, tidak mempunyai kondisi batas, dan berada pada permukaan bawah foil. Koordinat simpul menunjukkan posisi dari simpul dalam domain aliran. Kode simpul dan koordinat simpul ini disajikan dalam sebuah file data dengan nama file sepanjang delapan karakter pula. Program untuk memasukkan kode simpul dan koordinat simpul ini dapat dilihat pada lampiran.

4. Faktor Simpson dan sudut θ dari simpul yang dihitung kecepatannya. Data ini disajikan dalam bentuk file dengan nama sepanjang delapan karakter.

Banyak simpul, banyak elemen, banyak kondisi batas, jarak simpul yang digunakan untuk integrasi dengan rumus Simpson, dan banyak elemen yang dihitung kecepatannya dijadikan konstanta dalam unit type2.

Pada waktu program di - *run*, data input dimasukkan untuk diproses guna mendapatkan gaya - gaya yang bekerja pada foil. Untuk memasukkan data ini pada waktu *run* program adalah sebagai berikut :

1. Potensial kecepatan dimasukkan dalam program dengan menyebutkan nomor simpul dan harga potensial aliran dengan cara mengetikkan langsung pada *keyboard*.
2. Nomor - nomor simpul masing - masing elemen dipanggil dengan menyebutkan nama file melalui *keyboard* yang digunakan untuk menyimpan data tersebut
3. Kode dan koordinat dimasukkan dalam program dengan cara yang sama dengan nomor 2 di atas.

4. Faktor Simpson dan sudut θ dipanggil dengan menyebutkan nama file melalui *key board* berturut – turut untuk simpul pada permukaan atas foil dan untuk simpul pada permukaan bawah foil.

3.3. DATA OUTPUT

Data *output* berupa gaya – gaya yang bekerja pada foil, yaitu gaya angkat dan hambatan tekanan.

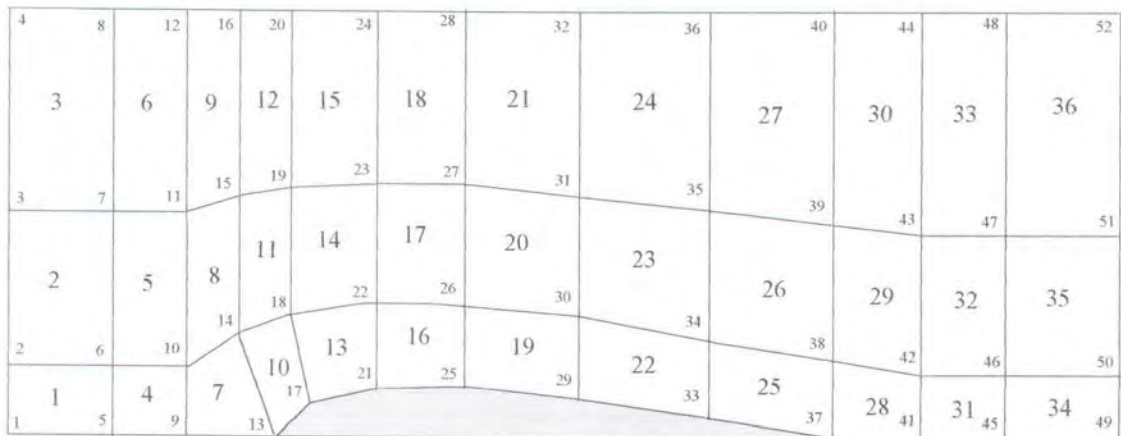


BAB IV

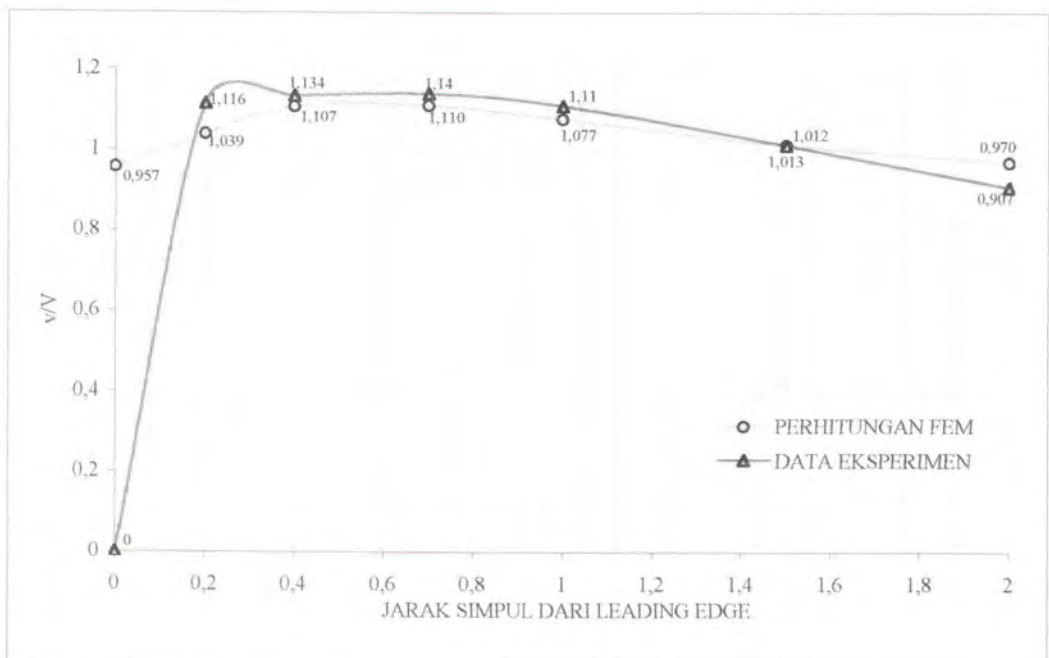
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. HASIL PERHITUNGAN

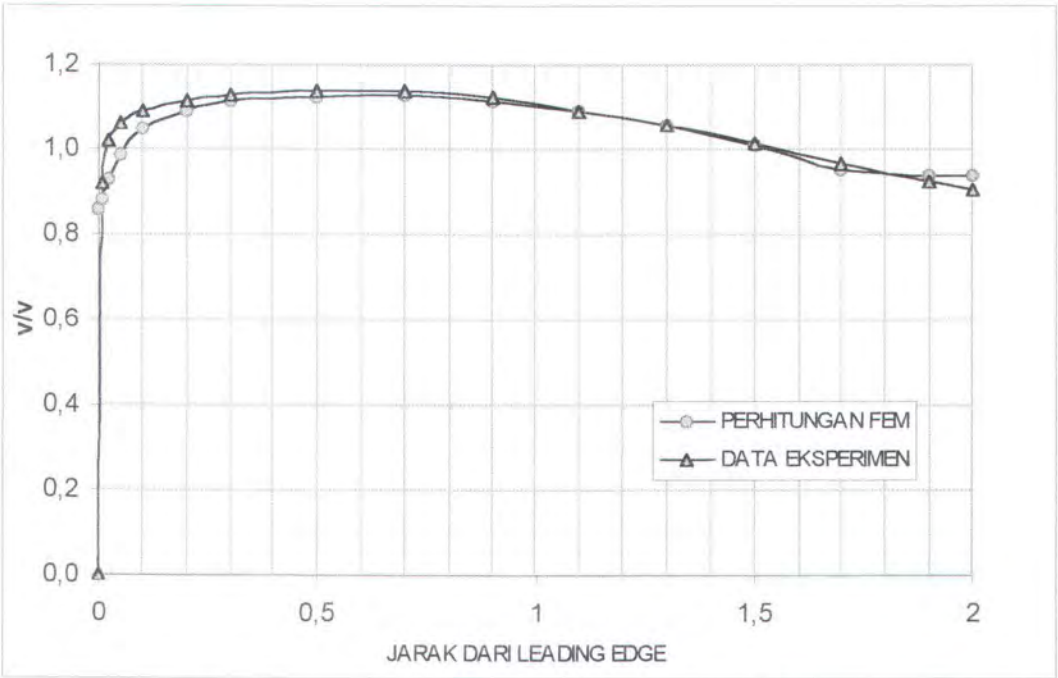
Foil yang digunakan dalam perhitungan ini adalah foil NACA rumpun 6. Yaitu foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* yang dihitung dengan 36 elemen, 57 elemen dan 84 elemen dan foil NACA 65₃ – 418 $a = 0,5$.



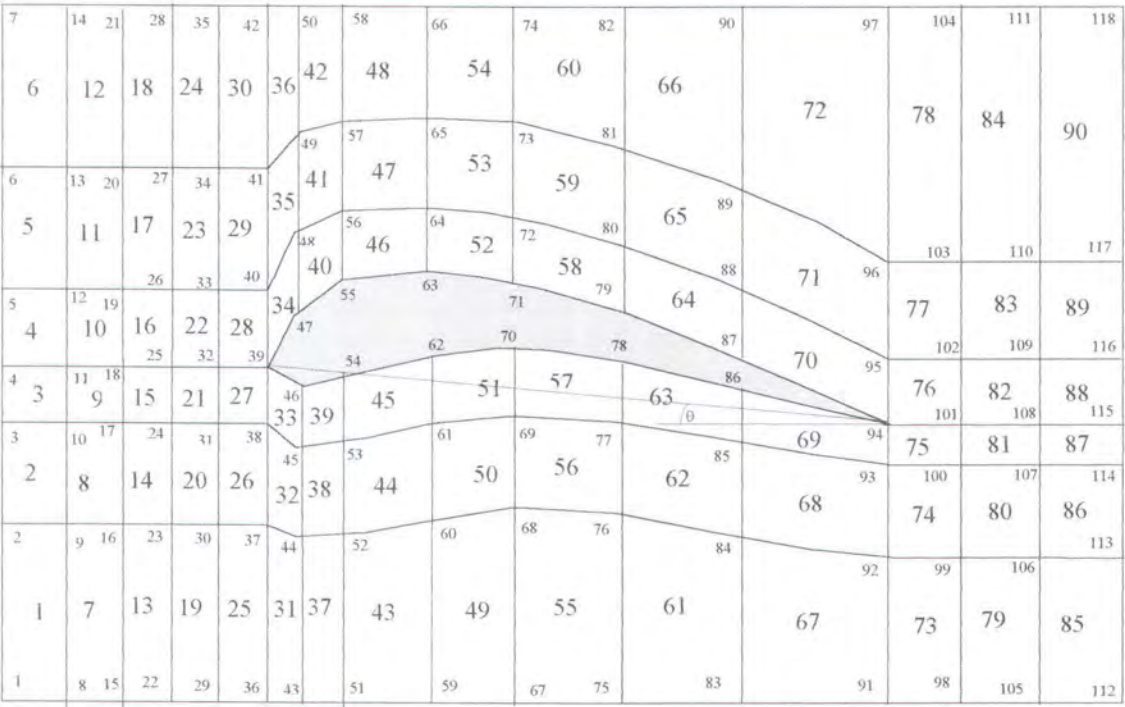
Gambar 4.1. Foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 36 elemen



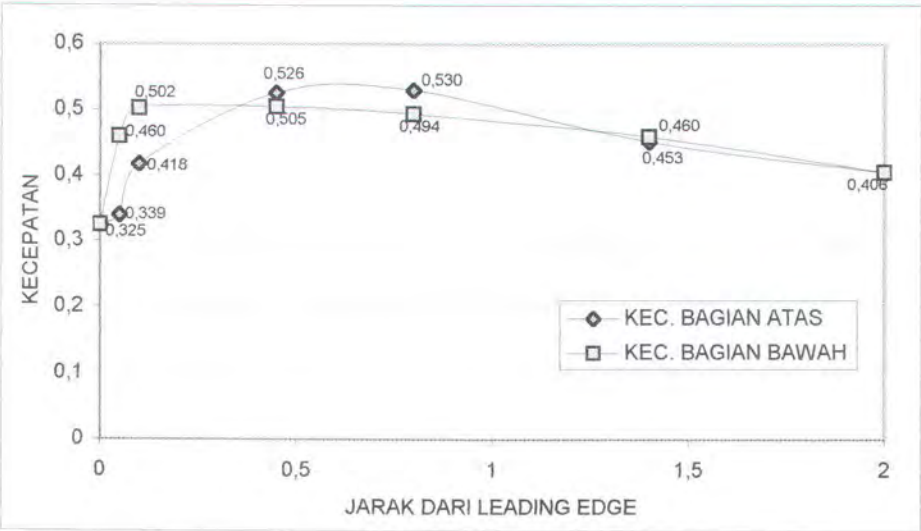
Gambar 4.2. Kecepatan aliran di sekitar foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 36 elemen



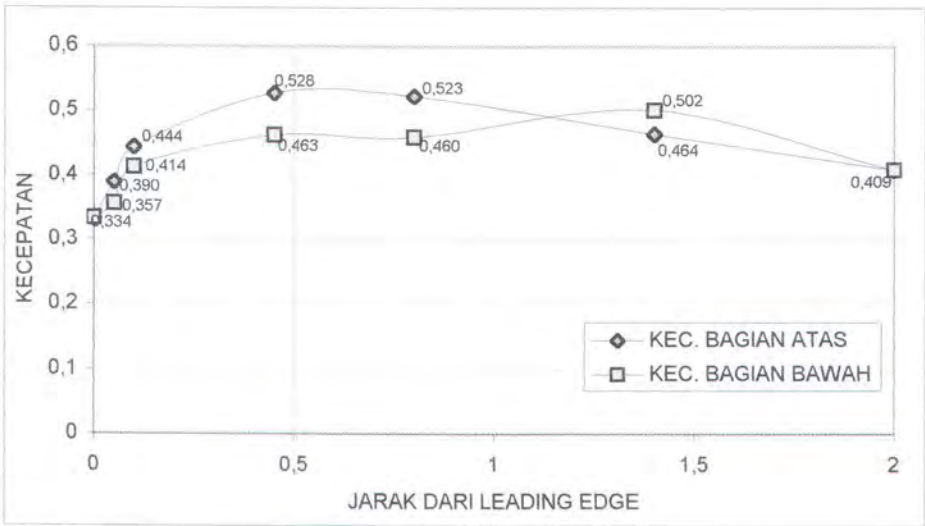
Gambar 4.6. Kecepatan aliran di sekitar foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 84 elemen



Gambar 4.7. Elemen foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5



Gambar 4.8. Kecepatan aliran pada foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 sudut masuk 0°



Gambar 4.9. Kecepatan aliran pada foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 sudut masuk 4°

Output program untuk foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 berupa gaya angkat dan gaya hambatan tekanan yang besarnya sebagai berikut :

1. Sudut masuk = 0°

$L = 0.019 \text{ N}$

$D = - 4.286 \text{ N}$

2. Sudut masuk = 4°

$L = 30.518$

$D = 23.586$

Kecepatan aliran di sekitar foil yang menghasilkan gaya – gaya tersebut diikutkan sebagai *output* program disertakan pada lampiran.

4.2. PEMBAHASAN

Peranan metode elemen hingga dalam perhitungan gaya – gaya yang bekerja pada foil ini sebenarnya hanya sampai perhitungan distribusi kecepatan aliran. Perhitungan selanjutnya digunakan perhitungan dengan menggunakan persamaan Bernoulli dan rumus Simpson.

Untuk hasil perhitungan foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* tampak bahwa hasil perhitungan dengan 57 elemen lebih baik daripada hasil perhitungan dengan menggunakan 36 elemen. Lebih baik di sini dalam arti bahwa perhitungan tersebut lebih mendekati data eksperimen dari literatur [3] meskipun masih belum memuaskan.

Hasil perhitungan foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dengan 90 elemen juga masih belum memuaskan. Penggunaan 90 elemen untuk foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 tidak bisa dikatakan bahwa foil tersebut menggunakan elemen lebih banyak daripada foil NACA 63 – 010 karena untuk foil ini tidak simetri terhadap arah aliran uniform yang dipakai sehingga perhitungan kecepatan tidak bisa dilakukan dengan setengah foil saja.

Penyimpangan yang paling besar terjadi pada daerah *leading edge* yang mempunyai bentuk busur lingkaran diikuti perubahan ketebalan yang lebih besar daripada bagian foil yang lain. Pada *leading edge* kecepatan aliran hasil perhitungan tampak masih sangat besar sedangkan pada data literatur [3] kecepatan sama dengan nol. Penyimpangan ini kemungkinan disebabkan antara lain oleh :

1. Data pembanding yang dipakai merupakan data eksperimen sedangkan pada perhitungan ini digunakan berbagai macam asumsi yang dicantumkan pada BAB I.

2. Dilihat dari penambahan elemen/simpul untuk perhitungan dengan menggunakan foil NACA 63 – 010 yang memberikan hasil yang lebih baik maka dapat dikatakan bahwa banyak elemen/simpul yang digunakan pada perhitungan ini masih kurang.
3. Kalau dibandingkan dengan pengambilan elemen pada perhitungan kecepatan aliran disekitar silinder yang dapat menghasilkan kecepatan sama dengan nol pada bagian muka dan belakang, pengambilan elemen pada perhitungan kecepatan disekitar foil masih sangat kasar. Memang pada silinder tersebut hanya menggunakan menggunakan 40 elemen dengan jarak absis paling kecil sama dengan 0,5 meter dan jarak ordinat sama dengan 1 meter, tetapi jari – jari silinder tersebut lebih besar dari 0,5 meter, yaitu 1 meter. Sedangkan pada foil, jari – jari dari leading edge sama dengan 0,0154 meter. Ini berarti pengambilan jarak absis seharusnya setengah dari jari – jari tersebut, yaitu 0,0077 meter.
4. Pada elemen silinder, luas elemen yang kecil dibagi dengan luas elemen besar tidak terlalu kecil, yaitu sekitar $\frac{1}{2}$. Sedangkan pada perhitungan kecepatan aliran di sekitar foil perbandingan tersebut jauh lebih kecil.

Dengan demikian perhitungan kecepatan pada foil ini memerlukan jauh lebih banyak elemen lagi. Dapat dibayangkan, untuk daerah disekitar leading edge diperlukan elemen dengan jarak absis kurang lebih 0,0077 meter, jarak ordinat 0,0154 meter dan perbandingan luas sekitar $\frac{1}{2}$. Dengan syarat seperti tersebut, maka banyak elemen yang seharusnya dipakai jauh lebih banyak daripada banyaknya elemen yang dipakai pada perhitungan yang dapat dilakukan pada tugas akhir ini. Banyak elemen yang dapat diambil pada tugas akhir ini disebabkan berbagai keterbatasan penulis.

Gaya angkat yang dihasilkan perhitungan sama dengan dan gaya hambatan tekanan foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dan data dari literatur[3] adalah sebagai berikut:

θ	Gaya angkat		Gaya hambatan tekanan	
	Perhitungan	Data	Perhitungan	Data
0	0.019	53.467	-4.286	0.0802
4	30.518	133,668	23,586	1.158

Gaya angkat yang dihasilkan oleh perhitungan ini banyak dipengaruhi oleh distribusi kecepatan aliran. Jika distribusi kecepatan aliran ini baik, maka gaya angkat yang dihasilkan baik pula, dan sebaliknya. Gaya angkat ini dihasilkan oleh perbedaan kecepatan antara bagian atas foil dan bagian bawah foil. Bentuk foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 yang bagian atasnya lebih cembung menghasilkan kecepatan yang lebih besar dari pada kecepatan di bagian bawahnya. Penyimpangan gaya angkat ini selain disebabkan karena kecepatan yang dihasilkan oleh perhitungan ini kurang baik, sedikit banyak juga dipengaruhi pengambilan titik – titik yang digunakan untuk integrasi dengan rumus Simpson.

Suatu benda dalam aliran fluida selalu mendapatkan gaya yang arahnya searah dengan arah aliran fluida tersebut. Gaya hambatan yang dihasilkan oleh aliran fluida antara lain adalah gaya gesek dan gaya hambatan tekanan. Gaya hambatan yang dihasilkan oleh fluida takviskos adalah hambatan tekanan. Seperti gaya angkat gaya hambatan tekanan ini juga dihasilkan oleh distribusi kecepatan aliran. Oleh karena distribusi kecepatan aliran di sekitar foil hasil perhitungan kurang bagus, maka gaya hambatan tekanannya juga kurang bagus.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari berbagai perhitungan yang dilakukan dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa dalam menentukan distribusi aliran maupun gaya – gaya yang bekerja pada foil diperlukan banyak elemen/simpul yang cukup, pembentukan elemen tidak boleh begitu besar perbedaan bentuk dan ukurannya dengan elemen yang paling kecil. Untuk menentukan gaya – gaya yang bekerja pada foil dengan menggunakan integrasi Simpson perlu ditentukan titik – titik integrasi dengan benar.

Bagi yang tertarik untuk meneliti penerapan metode elemen hingga pada aliran fluida disarankan untuk menggunakan banyak elemen yang mencukupi, pembentukan elemen sedapat mungkin tidak begitu besar perbedaan bentuk dan ukurannya.dari elemen yang terkecil. Jika program bantu yang digunakan adalah Turbo Pascal usahakan untuk memperbesar banyaknya variabel array yang digunakan dalam perhitungan, misalnya dengan menggunakan data type pointer.



DAFTAR PUSTAKA

1. Cook, Robert D., David S. Malkus, Michael E. Plesha, **Concepts and Applications of Finite Elemen Analysis**, Third edition, John Wiley & Sons, New York, 1989.
2. Desai, Chandrakant S., **Elementary Finite Elemen Method**, Alih bahasa Sri Jatno Wirjosoedirdjo, **Dasar-dasar Elemen Hingga**, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1988.
3. Abbott, Ira H, Albert E. Von Doenhoff, **Theory of Wing Section**, Dover Publication, New York, 1958.
4. Hubner, Kenneth H. and Earl A. Thornton, **The Finite Element Method for Engineers**, Second edition, John Wiley & Sons, New York, 1982.
5. Streeter, Viktor L. and E. Benyamin Wylie, **Fluid Mechanics**, alih bahasa : **Mekanika Fluida**, Arko Prijona, Jilid I, Edisi Delapan, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1990.

LAMPIRAN A

PROGRAM KOMPUTER

1. PROGRAM UTAMA

Program GAYA PADA FOIL;
Uses Crt,Printer,Type2,MBJ,BC,PLD;

```
Var
  JSMP      : byte;
  i1,j1,l1,m1 : byte;
  LIFT,DRAG  : single;
  BNT        : single;
  TETA,FS    : single;
  x,y        : Satu;
  KK         : Dua;
  SMP        : Tiga;
  PALIR      : Empat;
  FKCX       : empat;
  Data2      : Enam;
  Data4      : Tujuh;
  KAKU       : Delapan;

Begin
  Baca_Koordinat_Simpul_dan_Kode(Data2);
  Baca_Simpul_Elemen(Data4);
  Baca_Kondisi_batas(Palir);
  JSMP := BSMP;
  for i1 := 1 to BSMP+1 do
    for j1 := 1 to BSMP + 1 do
      kaku[i1,j1]:=0;
    for i1 := Kbatas div 2 +1 to BSMP - Kbatas div 2 do
      palir[i1] := 0;
    for il:=1 to Belemen do
      begin
        for j1 := 1 to 4 do
          begin
            SMP[j1]      := Data4[i1].NSMP[j1];
            x[j1]        := Data2[SMP[j1]].x;
            y[j1]        := Data2[SMP[j1]].y;
          end;
          matriks_kekakuan(x,y,KK);
          for j1 := 1 to 4 do
            for l1 := 1 to 4 do
              KAKU[SMP[j1],SMP[l1]] := KK[j1,l1] + KAKU[SMP[j1],SMP[l1]];
            end;
          end;
        for i1 := JSMP downto 1 do
          if Data2[i1].Kode = 1 then
            begin
              for j1 := 1 to JSMP do
                FKCX[j1] := FKCX[j1] - KAKU[j1,i1] * PALIR[i1];
              for j1 := i1 to JSMP do
                for l1 := 1 to JSMP do
```



```

    KAKU[j1,11] := KAKU[j1+1,11];
    for j1 := i1 to JSMP do
    for l1 := 1 to JSMP do
    KAKU[l1,j1] := KAKU[l1,j1+1];
    for j1 := i1 to JSMP do
    FKCX[j1] := FKCX[j1+1];
    JSMP := JSMP - 1;
end;
for i1 := 1 to JSMP do
KAKU[i1,JSMP+1] := FKCX[i1];
for i1:= 1 to JSMP do
begin
    BNT := KAKU[i1,i1];
    for j1 := i1 to JSMP + 1 do
    KAKU[i1,j1] := KAKU[i1,j1] / BNT;
    for j1 := 1 to JSMP do
    begin
        if j1 <> i1 then
        begin
            for l1 := i1 to JSMP + 1 do
            FKCX[l1] := KAKU[j1,l1] - KAKU[j1,i1] * KAKU[i1,l1];
            for l1 := i1 to JSMP + 1 do
            KAKU[j1,l1] := FKCX[l1];
        end;
    end;
end;
end;
for i1 := Kbatas div 2 +1 to BSMP - Kbatas div 2 do
PALIR[i1] := KAKU[i1- Kbatas div 2,BSMP-Kbatas+1];
{for i1 := 1 to BSMP do begin writeln(lst,'palir[' ,i1,']=
',palir[i1]);
    readln;end;}
Perhitungan_Lift_Dan_Drag(Palir,Data2,Data4,Lift,Drag);
writeln(lst,'Lift = ',lift,' Drag = ',Drag);
end.

```

2. UNIT BC

```

{so+}
Unit BC;
Interface
uses type2;

Procedure Baca_Koordinat_Simpul_dan_Kode(var Korsikod : Enam);
Procedure Baca_Simpul_Elemen(Var Simel : Tujuh);
Procedure Baca_Kondisi_batas(Var Palir : Empat);
Procedure Baca_Data_Simpul_Lebih_Lanjut(var TTFS : Sembilan);

Implementation
var Nama : string[8];
Procedure Baca_Koordinat_Simpul_dan_Kode(var Korsikod : Enam);

Var
    Tipe : File of Datal;
    i : byte;

Begin
    write('masukkan nama file koordinat simpul :');
    readln(Nama);
    assign(Tipe,Nama);

```

```

    {$i-}
    filemode := 0;
    reset(Tipe);
    {$i+}
    if ioresult = 0 then
    begin
        {$i-}
        for i := 1 to Bsmp do
            read(Tipe, Korsikod[i]);
        {$i+}
        close(Tipe);
    end;
end;

Procedure Baca_Simpul_Elemen(Var Simel : Tujuh);

Var Nama : String[8];
    Tipe : file of Data3;
    i : byte;

begin
    write('masukkan nama file simpul elemen :');
    readln(Nama);
    assign(Tipe, Nama);
    {$i-}
    filemode := 0;
    reset(Tipe);
    {$i+}
    if ioresult = 0 then
    begin
        {$i-}
        for i := 1 to Belemen do
            read(Tipe, Simel[i]);
        {$i+}
        close(Tipe);
    end;
end;

Procedure Baca_Kondisi_batas(Var Palir : Empat);
var i, j : byte;
begin
    for i := 1 to 114 do
        Palir[i] := 0;
    For i := 1 to Kbatas do
    begin
        write('masukkan nomor simpul : ');
        readln(j);
        writeln('masukkan PALIR [ ', j, ' ] : ');
        readln(PALIR[j]);
    end;
end;

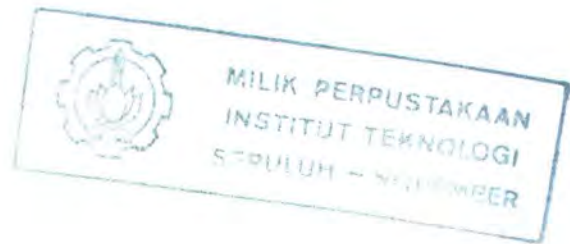
Procedure Baca_Data_Simpul_Lebih_Lanjut(var TTFS : Sembilan);
var Tipe : file of Data5;
    i : byte;
begin
    write('masukkan nama file Data simpul (TETA & FAKTOR SIMPSON) :');
    readln(Nama);
    assign(Tipe, Nama);
    {$i-}

```

```

filemode := 0;
reset(Tipe);
{$i+}
if ioresult = 0 then
begin
    {$i-}
    for i := 1 to BS do
    read(Tipe,TIFS[i]);
    {$i+}
    close(Tipe);
end;
end;
end.

```



3. UNIT PLD

```

{so+}
Unit PLD;
Interface
uses BC,type2,MBJ,printer;
Procedure Perhitungan_Lift_Dan_Drag(PA : Empat;Data2 : Enam;Data4: Tujuh;
    var LF,DG : single);

```

Implementation

```

Procedure Perhitungan_Lift_Dan_Drag(PA : Empat;Data2 : Enam;Data4 :
    Tujuh;

```

```

    var LF,DG : single);

```

```

var
    i,j,k      : byte;
    NOD        : Tiga;
    x,y,xi,kecx,kecy : Satu;
    Vx,Vy,V    : Empat;
    P          : single;
    Data6      : Sembilan;

```

```

begin
    for i := 1 to bsmpt do
    begin
        vx[i] := 0;vy[i] := 0;v[i] := 0;
    end;
    for i := 0 to 1 do
    for k := 0 to BS+1 do
    begin
        for j := 1 to 4 do
        begin
            kecx[j] := 0;kecy[j] := 0;
            NOD[j]  := Data4[27+i+k*6].NSMP[j];
            x[j]    := Data2[NOD[j]].x;
            y[j]    := Data2[NOD[j]].y;
            xi[j]   := PA[NOD[j]];
        end;
        kecepatan_aliran(x,y,xi,kecx,kecy);
        for j := 1 to 4 do begin
            Vx[NOD[j]] := Vx[NOD[j]] + kecx[j];
            Vy[NOD[j]] := Vy[NOD[j]] + kecy[j];
        end;
    end;
    end;
    for i := 1 to BSMP do
    begin
        if (Data2[i].kode = 2) or (Data2[i].kode = 4) then
        begin

```



```

Vx[i]      := Vx[i]/2;
Vy[i]      := Vy[i]/2;
V[i]       := sqrt(sqr(Vx[i]) + sqr(Vy[i]));
writeln(V[i]);end
else if Data2[i].kode=3 then
begin
Vx[i]      := Vx[i]/4;
Vy[i]      := Vy[i]/4;
V[i]       := sqrt(sqr(Vx[i]) + sqr(Vy[i]));
writeln(V[i]);end;
end;
for k := 0 to 1 do
begin
Baca_Data_Simpul_Lebih_Lanjut(Data6);
j := 1;
for i := 1 to BSMP do
if (Data2[i].kode = 2 + k) or (Data2[i].kode = 3 + k) then
begin
writeln('kec [' ,i,'] = ',V[i]);
P      := 1/2*997*(sqr(0.4288)-sqr(V[i]));
LF     := LF + P*sin((Data6[j].TETA)*pi/180)*Data6[j].FS;
DG     := DG + P*cos((Data6[j].TETA)*pi/180)*Data6[j].FS;
inc(j);
end;
end;
LF := LF * JS / 3;
DG := DG * JS / 3;
end;
end.

```

4. UNIT TYPE2

```

{so+}
Unit Type2;
Interface
Uses crt;

Const
max1      = 2;
max2      = 4;
Belemen   = 90;
BSMP      = 118;
Kbatas    = 14;
BS         = 7;
JS         = 0.6;

Type
indeks1 = 1..max1;
indeks2 = 1..max2;
indeks3 = 1..Belemen;
indeks4 = 1..BSMP;
indeks5 = 1..BSMP+1;
Satu     = array[indeks2] of single;
Dua      = array[indeks2,indeks2] of single;
Tiga     = array[indeks2] of byte;
Empat    = array[indeks4] of single;
Lima     = array[indeks1,indeks2] of single;
Data1    = record
           kode      : byte;

```

```

        x      : single;
        y      : single;
    end;
Data3  = record
    NSMP : tiga;
end;
enam   = array[indeks4] of Data1;
tujuh  = array[indeks3] of Data3;
Delapan = array[indeks4,indeks4] of single;
Data5  = record
    Teta : single;
    Fs   : single;
end;
Sembilan= array[1..BS] of Data5;

implementation
end.

```

5. UNIT MBJ

```

{so+}
Unit MBJ;
Interface
Uses type2;

```

```

Procedure MATRIK_B_DAN_JAKOBIAN(i:byte;x,y:Satu; var MB:lima;var
JKB:single);
Procedure MATRIKS_KEKAKUAN(x,y:satu;var KK:dua);
procedure Kecepatan_aliran(x,y,xi : satu; var VX : satu);

```

Implementation

```

Procedure MATRIK_B_DAN_JAKOBIAN(i:byte;x,y:Satu; var MB:lima;var
JKB:single);

```

```

Const
    s      : SATU = (-0.577350269189626,0.577350269189626,
                    0.577350269189626,-0.577350269189626);
    t      : SATU = (-0.577350269189626,-0.577350269189626,
                    0.577350269189626,0.577350269189626);

```

```

Var
    M2      : single;
    M1      : Dua;
    j,l,m   : byte;

```

```

Begin
    M1[1,1] := 0;
    M1[1,2] := 1 - t[i];
    M1[1,3] := -s[i] + t[i];
    M1[1,4] := -1 + s[i];
    M1[2,3] := 1 + s[i];
    M1[2,4] := -s[i] - t[i];
    M1[3,4] := 1 + t[i];
    for j:= 2 to 4 do
    begin
        M1[j,j] := 0;
    end;

```

```

        for l := 1 to j - 1 do
            M1[j,l] := -M1[l,j];
        end;
        JKB := 0;
        for j := 1 to 4 do
            begin
                M2 := 0;
                for m := 1 to 4 do
                    M2 := M2 + x[m] * M1[m,j];
                end;
                JKB := JKB + M2 * y[j];
            end;
        JKB := JKB / 8;
        for j := 1 to 4 do
            begin
                MB[1,j] := 0;
                MB[2,j] := 0;
                for l := 1 to 4 do
                    begin
                        MB[1,j] := MB[1,j] + M1[j,l] * y[l];
                        MB[2,j] := MB[2,j] + M1[l,j] * x[l];
                    end;
                end;
                MB[1,j] := MB[1,j] / (8 * JKB);
                MB[2,j] := MB[2,j] / (8 * JKB);
            end;
        end;

Procedure MATRIKS_KEKAKUAN(x,y:satu;var KK:dua);
var
    i,j,l      : byte;
    MB          : lima;
    JKB         : single;
begin
    for j := 1 to 4 do
        for l := 1 to 4 do
            KK[j,l] := 0;
            for i := 1 to 4 do
                begin
                    matrik_b_dan_jakobian(i,x,y,mb,JKB);
                    for j := 1 to 4 do
                        for l := 1 to 4 do
                            KK[j,l] := KK[j,l] + (MB[1,j] * MB[1,l] + MB[2,j] * MB[2,l]) *
JKB;
                        end;
                    end;
                end;
            end;

procedure Kecepatan_aliran(x,y,xi : satu; var VX: satu);
var
    i,j          : byte;
    mb           : lima;
    JKB          : single;
    Vy           : satu;
begin
    for i := 1 to 4 do
        begin
            VX[i] := 0;
            vy[i] := 0;
        end;
        for i := 1 to 4 do
            begin
                matrik_b_dan_jakobian(i,x,y,mb,JKB);

```



```

        for j := 1 to 4 do
        begin
            VX[i] := VX[i]+MB[1,j]*xi[j];
            Vy[i] := vy[i]+MB[2,j]*xi[j];
        end;
    end;
    for i := 1 to 4 do
        Vx[i] :=sqrt(sqr(VX[i])+sqr(VY[i]));
    end;
end.

```

6. PROGRAM UNTUK MEMASUKKAN DATA1

```

program simpul_data1;
uses crt;

const
    Jelemen    = 90;
type
    data3 = record
        nosimpul : array[1..4] of byte;
    end;
var
    tipe2 : file of data3;
    data4 : array[1..Jelemen] of data3;
    nama2 : string;
    j,i : byte;
begin
    clrscr;
    write('masukkan nama file : ');
    readln(nama2);
    assign(tipe2,nama2);
    {$I-}
    filemode :=2;
    reset(tipe2);
    {$I+}
    if ioresult = 0 then begin
        for i:= 1 to Jelemen do
        begin
            SEEK(TIPE2,I-1);
            with data4[i] do
            begin
                writeln('NOMOR SIMPUL ',I);
                for j := 1 to 4 do
                begin
                    write('masukkan simpul [' ,j, ' ] : ');
                    readln(nosimpul[j]);
                end;
            end;
            write(tipe2,data4[i]);
        end;
        close(tipe2);
    end else writeln('file gagal dibuat !');
end.

```

7. PROGRAM UNTUK MEMASUKKAN DATA2

```

Program Ksimpul_data2;
Uses crt;

```

```

Const
    Jsimpul = 118;

type
    data1 = record
        kode      : byte;
        x         : single;
        y         : single;
    end;

var
    tipe      : file of data1;
    data2     : array[1..Jsimpul] of data1;
    nama      : string;
    j,i       : byte;
begin
    write('masukkan nama file : ');
    readln(nama);
    assign(tipe,nama);
    {$I-}
    filemode :=2;
    reset(tipe);
    {$I+}
    if ioresult = 0 then begin
        for i:= 1 to jsimpul do
            begin
                seek(tipe,i-1);
                with data2[i] do
                    begin
                        writeln('nomor simpul : ',i);
                        write('masukkan kode : ');   readln(kode);
                        write('masukkan nilai x : '); readln(x);
                        write('masukkan nilai y : '); readln(y);
                    end;
                write(tipe,data2[i]);
            end;
        close(tipe);
    end else writeln('file gagal dibuat !');
end.

```

8. PROGRAM UNTUK MEMASUKKAN DATA3

```

program simpul_data1;
uses crt;

const
    Jsim      = 11;

type
    data3 = record
        TETA   : SINGLE;
        FS     : SINGLE;
    end;

var
    tipe2     : file of data3;
    data4     : array[1..Jsim] of data3;
    nama2     : string;
    j,i       : integer;
begin
    clrscr;
    write('masukkan nama file : ');

```

```
readln(nama2);
assign(tipe2,nama2);
{$I-}
filemode :=2;
reset(tipe2);
{$I+}
if ioresult = 0 then begin
  for i:=1 to Jsim do
  begin
    SEEK(TIPE2,I-1);
    with data4[i] do
    begin
      writeln('DATA SIMPUL ',I);
      write('masukkan TETA simpul : ');
      readln(TETA);
      WRITE('FAKTOR SIMPSON SIMPUL = ');
      READLN(FS);
    end;
    write(tipe2,data4[i]);
  end;
  close(tipe2);
end else writeln('file gagal dibuat !');
end.
```


LAMPIRAN B

KOORDINAT DAN KODE SIMPUL

Tabel L1. Koordinat dan kode simpul foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 36 elemen

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
1	1	0	0
2	1	0	0,5
3	1	0	1,5
4	1	0	2,5
5	0	1	0
6	0	1	0,5
7	0	1	1,5
8	0	1	2,5
9	0	2	0
10	0	2	0,5
11	0	2	1,5
12	0	2	2,5
13	0	2,5	0
14	0	2,5	0,5
15	0	2,5	1,5
16	0	2,5	2,5
17	0	2,7	0,06724
18	0	2,7	0,56724
19	0	2,7	1,56
20	0	2,7	2,5
21	0	2,9	0,0889
22	0	2,9	0,5889
23	0	2,9	1,57
24	0	2,9	2,5
25	0	3,2	0,1
26	0	3,2	0,6
27	0	3,2	1,58
28	0	3,2	2,5
29	0	3,5	0,08992
30	0	3,5	0,58992
31	0	3,5	1,57
32	0	3,5	2,5
33	0	4	0,04332
34	0	4	0,54332
35	0	4	1,54
36	0	4	2,5
37	0	4,5	0
38	0	4,5	0,5

Lanjutan tabel L1 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
39	0	4,5	1,5
40	0	4,5	2,5
41	0	5	0
42	0	5	0,5
43	0	5	1,5
44	0	5	2,5
45	0	6	0
46	0	6	0,5
47	0	6	1,5
48	0	6	2,5
49	1	7	0
50	1	7	0,5
51	1	7	1,5
52	1	7	2,5

Tabel L2. Koordinat dan kode simpul foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 57 elemen

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
1	1	0	0
2	1	0	0.25
3	1	0	0.6
4	1	0	1.05
5	0	0.5	0
6	0	0.5	0.25
7	0	0.5	0.6
8	0	0.5	1.05
9	0	0.95	0
10	0	0.95	0.25
11	0	0.9	0.6
12	0	0.85	1.05
13	0	1.25	0
14	0	1.15	0.25
15	0	1.05	0.6
16	0	0.97	1.05
17	0	1.5	0
18	0	1.25	0.25
19	0	1.15	0.6
20	0	1.07	1.05
21	0	1.51	0.01658
22	0	1.37	0.27
23	0	1.26	0.61
24	0	1.2	1.05
25	0	1.55	0.03512
26	0	1.48	0.29
27	0	1.4	0.62

Lanjutan tabel L2 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
28	0	1.35	1.05
29	0	1.6	0.0488
30	0	1.57	0.31
31	0	1.55	0.63
32	0	1.53	1.05
33	0	1.75	0.07358
34	0	1.74	0.335
35	0	1.73	0.64
36	0	1.72	1.05
37	0	1.9	0.0889
38	0	1.89	0.35
39	0	1.89	0.75
40	0	1.89	1.05
41	0	2.2	0.1
42	0	2.2	0.36
43	0	2.2	0.75
44	0	2.2	1.05
45	0	2.5	0.08992
46	0	2.51	0.35
47	0	2.51	0.75
48	0	2.51	1.05
49	0	2.8	0.06468
50	0	2.82	0.32
51	0	2.83	0.735
52	0	2.84	1.05
53	0	3	0.04332
54	0	3.03	0.3
55	0	3.05	0.72
56	0	3.06	1.05
57	0	3.3	0.01208
58	0	3.33	0.27
59	0	3.37	0.61
60	0	3.39	1.05
61	0	3.5	0
62	0	3.53	0.26
63	0	3.55	0.6
64	0	3.57	1.05
65	0	3.75	0
66	0	3.75	0.25
67	0	3.77	0.6
68	0	3.79	1.05
69	0	4	0
70	0	4	0.25
71	0	4	0.6
72	0	4.01	1.05
73	0	4.5	0

Lanjutan tabel L2 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
74	0	4.5	0.25
75	0	4.5	0.6
76	0	4.5	1.05
77	1	5	0
78	1	5	0.25
79	1	5	0.6
80	1	5	1.05

Tabel L3. Koordinat dan kode simpul foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 84 elemen

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
1	1	0	0
2	1	0	0.25
3	1	0	0.6
4	1	0	1.05
5	0	0.5	0
6	0	0.5	0.25
7	0	0.5	0.6
8	0	0.5	1.05
9	0	0.9	0
10	0	0.85	0.25
11	0	0.8	0.6
12	0	0.75	1.05
13	0	1.2	0
14	0	1	0.25
15	0	0.9	0.6
16	0	0.85	1.05
17	0	1.35	0
18	0	1.1	0.25
19	0	1	0.6
20	0	0.95	1.05
21	0	1.45	0
22	0	1.2	0.25
23	0	1.1	0.6
24	0	1.05	1.05
25	3	1.5	0
26	0	1.3	0.25
27	0	1.2	0.6
28	0	1.15	1.05
29	3	1.51	0.017
30	0	1.37	0.267
31	0	1.27	0.609
32	0	1.22	1.05
33	3	1.525	0.021
34	0	1.43	0.271

Lanjutan tabel L3 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
35	0	1.35	0.611
36	0	1.32	1.05
37	3	1.55	0.035
38	0	1.5	0.285
39	0	1.43	0.618
40	0	1.43	1.05
41	3	1.6	0.049
42	0	1.58	0.299
43	0	1.56	0.625
44	0	1.56	1.05
45	3	1.7	0.067
46	0	1.69	0.317
47	0	1.68	0.634
48	0	1.68	1.05
49	3	1.8	0.08
50	0	1.8	0.33
51	0	1.8	0.64
52	0	1.8	1.05
53	3	2	0.095
54	0	2	0.345
55	0	2	0.648
56	0	2	1.05
57	3	2.2	0.1
58	0	2.2	0.35
59	0	2.2	0.65
60	0	2.2	1.05
61	3	2.4	0.095
62	0	2.4	0.345
63	0	2.4	0.648
64	0	2.4	1.05
65	3	2.6	0.083
66	0	2.6	0.333
67	0	2.6	0.643
68	0	2.6	1.05
69	3	2.8	0.065
70	0	2.8	0.315
71	0	2.8	0.633
72	0	2.8	1.05
73	3	3	0.043
74	0	3	0.293
75	0	3	0.622
76	0	3	1.05
77	3	3.2	0.012
78	0	3.2	0.262
79	0	3.2	0.606
80	0	3.2	1.05

Lanjutan tabel L3 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
81	3	3.4	0.004
82	0	3.4	0.254
83	0	3.4	0.602
84	0	3.4	1.05
85	3	3.45	0.02
86	0	3.45	0.252
87	0	3.45	0.601
88	0	3.45	1.05
89	3	3.5	0
90	0	3.5	0.25
91	0	3.5	0.6
92	0	3.5	1.05
93	0	3.55	0
94	0	3.55	0.25
95	0	3.55	0.6
96	0	3.55	1.05
97	0	3.6	0
98	0	3.6	0.25
99	0	3.6	0.6
100	0	3.6	1.05
101	0	3.8	0
102	0	3.8	0.25
103	0	3.8	0.6
104	0	3.8	1.05
105	0	4.1	0
106	0	4.1	0.25
107	0	4.1	0.6
108	0	4.1	1.05
109	0	4.5	0
110	0	4.5	0.25
111	0	4.5	0.6
112	0	4.5	1.05
113	1	5	0
114	1	5	0.25
115	1	5	0.6
116	1	5	1.05

Tabel L4. Koordinat dan kode simpul foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5, 84 elemen $\alpha=0^{\circ}$

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
1	1	0	-1.5
2	1	0	-0.6
3	1	0	-0.2
4	1	0	0
5	1	0	0.3
6	1	0	0.8

Lanjutan tabel L4 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
7	1	0	1.5
8	0	1	-1.5
9	0	1	-0.6
10	0	1	-0.2
11	0	1	0
12	0	1	0.3
13	0	1	0.8
14	0	1	1.5
15	0	2	-1.5
16	0	2	-0.6
17	0	2	-0.2
18	0	2	0
19	0	2	0.3
20	0	2	0.8
21	0	2	1.5
22	0	2.6	-1.5
23	0	2.6	-0.6
24	0	2.6	-0.2
25	0	2.6	0
26	0	2.6	0.3
27	0	2.6	0.8
28	0	2.6	1.5
29	0	2.9	-1.5
30	0	2.9	-0.6
31	0	2.9	-0.2
32	0	2.9	0
33	0	2.9	0.3
34	0	2.9	0.8
35	0	3	1.5
36	0	3	-1.5
37	0	3	-0.6
38	0	3	-0.2
39	3	3	0
40	0	3	0.33
41	0	3	0.8
42	0	3	1.5
43	0	3.05	-1.5
44	0	3.05	-0.61
45	0	3.05	-0.23
46	4	3.05	-0.04
47	2	3.05	0.07
48	0	3.05	0.35
49	0	3.05	0.82
50	0	3.05	1.5
51	0	3.1	-1.5
52	0	3.1	-0.62

Lanjutan tabel L4 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
53	0	3.1	-0.24
54	4	3.1	-0.06
55	2	3.1	0.1
56	0	3.1	0.37
57	0	3.1	0.83
58	0	3.1	1.5
59	0	3.2	-1.5
60	0	3.2	-0.62
61	0	3.2	-0.25
62	0	3.2	-0.08
63	0	3.2	0.14
64	0	3.2	0.39
65	0	3.2	0.835
66	0	3.2	1.5
67	0	3.45	-1.5
68	0	3.45	-0.62
69	0	3.45	-0.26
70	4	3.45	-0.11
71	2	3.45	0.21
72	0	3.45	0.44
73	0	3.45	0.84
74	0	3.45	1.5
75	0	3.8	-1.5
76	0	3.8	-0.62
77	0	3.8	-0.27
78	4	3.8	-0.12
79	2	3.8	0.24
80	0	3.8	0.46
81	0	3.8	0.84
82	0	3.8	1.5
83	0	4.4	-1.5
84	0	4.4	-0.62
85	0	4.4	-0.24
86	4	4.4	-0.065
87	2	4.4	0.15
88	0	4.4	0.04
89	0	4.4	0.83
90	0	4.4	1.5
91	0	5	-1.5
92	0	5	-0.6
93	0	5	-0.2
94	3	5	0
95	0	5	0.3
5	0	5	0.8
97	0	5	1.5
98	0	5.5	-1.5

Lanjutan tabel L4 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
99	0	5.5	-0.6
100	0	5.5	-0.2
101	0	5.5	0
102	0	5.5	0.3
103	0	5.5	0.8
104	0	5.5	1.5
105	0	0.65	-1.5
106	0	0.65	-0.6
107	0	0.65	-0.2
108	0	0.65	0
109	0	0.65	0.3
110	0	0.65	0.8
111	0	0.65	1.5
112	1	7.5	-1.5
113	1	7.5	-0.6
114	1	7.5	-0.2
115	1	7.5	0
116	1	7.5	0.3
117	1	7.5	0.8
118	1	7.5	1.5

Tabel L5 Koordinat dan kode simpul foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5, 84 elemen $\alpha = 4^\circ$

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
1	1	0	-1.5
2	1	0	-0.55
3	1	0	-0.15
4	1	0	0.07
5	1	0	0.35
6	1	0	0.85
7	1	0	1.5
8	0	1	-1.5
9	0	1	-0.55
10	0	1	-0.15
11	0	1	0.07
12	0	1	0.35
13	0	1	0.85
14	0	1	1.5
15	0	2	-1.5
16	0	2	-0.55
17	0	2	-0.15
18	0	2	0.07
19	0	2	0.35
20	0	2	0.85

Lanjutan tabel L5 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
21	0	2	1.5
22	0	2.6	-1.5
23	0	2.6	-0.55
24	0	2.6	-0.15
25	0	2.6	0.07
26	0	2.6	0.35
27	0	2.6	0.85
28	0	2.6	1.5
29	0	2.9	-1.5
30	0	2.9	-0.55
31	0	2.9	-0.15
32	0	2.9	0.07
33	0	2.9	0.35
34	0	2.9	0.85
35	0	2.9	1.5
36	0	3	-1.5
37	0	3	-0.55
38	0	3	-0.15
39	3	3	0.07
40	0	3	0.35
41	0	3	0.85
42	0	3	1.5
43	0	3.053	-1.5
44	0	3.053	-0.57
45	0	3.053	-0.18
46	4	3.053	0.41
47	2	3.058	0.116
48	0	3.058	0.4
49	0	3.058	0.87
50	0	3.058	1.5
51	0	3.1	-1.5
52	0	3.1	-0.57
53	0	3.1	-0.2
54	4	3.1	0.02
55	0	3.11	0.128
56	0	3.11	0.42
57	4	3.11	0.87
58	2	3.11	1.5
59	0	3.2	-1.5
60	0	3.2	-0.57
61	0	3.2	-0.22
62	0	3.2	-0.02
63	0	3.21	0.185
64	0	3.21	0.44
65	4	3.21	0.87
66	2	3.21	1.5

Lanjutan tabel L5 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
67	0	3.45	-1.5
68	0	3.45	-0.57
69	0	3.45	-0.25
70	0	3.45	-0.05
71	0	3.45	0.21
72	0	3.45	0.48
73	4	3.45	0.87
74	2	3.45	1.5
75	0	3.8	-1.5
76	0	3.8	-0.57
77	0	3.8	-0.28
78	0	3.8	-0.1
79	0	3.82	0.23
80	0	3.82	0.5
81	4	3.82	0.87
82	2	3.82	1.5
83	0	4.39	-1.5
84	0	4.39	-0.57
85	0	4.39	-0.26
86	0	4.39	-0.15
87	0	4.42	0.211
88	0	4.42	0.35
89	4	4.42	0.87
90	2	4.42	1.5
91	0	5	-1.5
92	0	5	-0.55
93	0	5	-0.3
94	0	5	0
95	0	5	0.2
96	0	5	0.75
97	0	5	1.5
98	0	5.5	-1.5
99	0	5.5	-0.55
100	0	5.5	-0.25
101	0	5.5	-0.07
102	0	5.5	0.2
103	0	5.5	0.75
104	0	5.5	1.5
105	0	6.5	-1.55
106	0	6.5	-0.55
107	0	6.5	-0.25
108	0	6.5	-0.07
109	0	6.5	0.2
110	0	6.5	0.75
111	0	6.5	1.5
112	1	7.5	-1.55

Lanjutan tabel L5 ...

No. simpul	Kode	Absis	Ordinat
113	1	7.5	-0.55
114	1	7.5	-0.25
115	1	7.5	-0.07
116	1	7.5	0.2
117	1	7.5	0.75
118	1	7.5	1.5



LAMPIRAN C

FAKTOR SIMSON DAN SUDUT θ

Tabel L6. Foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dengan $\alpha = 0^\circ$

Permukaan atas foil		
Nomor	Faktor Simpson	Sudut θ
1	0.0833	0
2	0.3333	315
3	0.6667	296
4	2.3333	281
5	1.5833	270
6	4	255
7	1	180
Permukaan bawah foil		
Nomor	Faktor Simpson	Sudut θ
1	0.0833	0
2	0.3333	69
3	0.6667	74
4	2.3333	85
5	1.5833	90
6	4	97
7	1	180

Tabel L7. Foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dengan $\alpha = 4^\circ$

Permukaan atas foil		
Nomor	Faktor Simpson	Sudut θ
1	0.0833	-4
2	0.3333	311
3	0.6667	292
4	2.3333	277
5	1.5833	266
6	4	251
7	1	176
Permukaan bawah foil		
Nomor	Faktor Simpson	Sudut θ
1	0.0833	-4
2	0.3333	65
3	0.6667	70
4	2.3333	81
5	1.5833	86
6	4	93
7	1	176

LAMPIRAN D

KONDISI BATAS



Tabel L8. Kondisi batas untuk silinder

Nomor simpul	Potensial aliran
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
51	1
52	1
53	1
54	1
55	1

Untuk foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dipakai kondisi batas seperti pada silinder, yaitu 0 pada simpul – simpul sebelah kiri dan 1 untuk simpul simpul sebelah kanan.

Tabel L9. Kondisi batas untuk foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5

Nomor simpul	Potensial aliran
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
112	3.216
113	3.216
114	3.216
115	3.216
116	3.216
117	3.216
118	3.216

LAMPIRAN E

OUTPUT PROGRAM KOMPUTER

Tabel L10. Potensial aliran silinder

Nomor simpul	Potensial aliran
1	0.0000
2	0.0000
3	0.0000
4	0.0000
5	0.0000
6	0.1091
7	0.1111
8	0.1154
9	0.1192
10	0.1206
11	0.2131
12	0.2185
13	0.2330
14	0.2413
15	0.2436
16	0.2762
17	0.3303
18	0.3598
119	0.3684
20	0.3704
21	0.3787
22	0.4228
23	0.4323
24	0.4347
25	0.4349
26	5.0000
27	5.0000
28	5.0000
29	5.0000
30	5.0000
31	0.6212

Lanjutan tabel L10 ...

Nomor simpul	Potensial aliran
32	0.5772
33	0.5677
34	0.5653
35	0.5651
36	0.7238
37	0.6697
38	0.6402
39	0.6316
40	0.6296
41	0.7869
42	0.7815
43	0.7670
44	0.7587
45	0.7564
46	0.8909
47	0.8889
48	0.8846
49	0.8808
50	0.8794
51	1.0000
52	1.0000
53	1.0000
54	1.0000
55	1.0000

Tabel L11. Foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 36 elemen

No. simpul	Kec. dalam arah sb x	Kec. dalam arah sb y
13	1.36249035596848E-1	1.11383274197578E-2
17	1.47813290357590E-1	1.34277641773224E-2
21	1.57920464873314E-1	8.34139250218868E-3
25	1.58551961183548E-1	8.25467752292752E-4
29	1.53851374983788E-1	-5.74418902397156E-3
33	1.44399464130402E-1	-8.86398646980524E-3
37	1.38421922922134E-1	-5.10192289948463E-3

Tabel L12. Foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 57 elemen

No. simpul	Kec. dalam arah sb x	Kec. dalam arah sb y
13	1.28629624843597E-1	1.19593441486359E-2
17	1.27866372466087E-1	1.36574506759644E-2
21	1.34048968553543E-1	1.43193751573563E-2
25	1.40250697731972E-1	1.48706175386906E-2
29	1.46834254264832E-1	1.49371093139052E-2
33	1.52968227863312E-1	1.33892605081201E-2
37	1.57421350479126E-1	8.42251069843769E-3
41	1.58614143729210E-1	5.86131529416889E-4
45	1.53901591897011E-1	-6.50722207501531E3
49	1.44332826137543E-1	-9.22736525535583E-3
53	1.38372436165810E-1	-5.06456382572651E-3

Tabel L13. Foil NACA 63 – 010 *basic thickness form* dengan 80 elemen

Nomor simpul	Kecepatan
25	0.17285
29	0.17746
33	0.18724
41	0.19934
45	0.21280
49	0.22491
53	0.22374
57	0.22308
61	0.22608
65	0.21908
69	0.21225
73	0.20172
77	0.19085
81	0.18765
85	0.18809
89	0.18776

Tabel L14. Foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dengan sudut masuk 0°

Nomor simpul	Kecepatan
39	0.3248
46	0.4602
47	0.3394
54	0.5021

Lanjutan tabel L14 ...

Nomor simpul	Kecepatan
55	0.4183
70	0.5065
71	0.5260
78	0.4944
79	0.5300
86	0.4596
87	0.4527
94	0.4060

Tabel L15. Foil NACA 65₃ – 418 a = 0,5 dengan sudut masuk 4°

Nomor simpul	Kecepatan
39	0.3337
46	0.3565
47	0.3899
54	0.4135
55	0.4443
70	0.4629
71	0.5280
78	0.4941
79	0.5229
86	0.5015
87	0.4638
94	0.4093

